Math. A.
220
m

Math. Appl.
220m

<36613009730018

<36613009730018

Bayer. Staatsbibliothek

Die

Visier-Kunst,

oder

die einfachste, leichteste und sicherste Art,

runde, ovale und Ey-Fässer,

so wie

eckichte Fässer aller Gattung zu visieren,

für

Visierer und Umgeldner,

von

Johann Leonhard Späth,

Professor der Mathematik am Lyceo in München.

Mit 1. Kupfertafel.

Nürnberg,

bei Johann Adam Stein.

1810.

Bayerische Staatsbibliothek München

BAYERISCHE
STAATS-
BIBLIOTHEK
MUENCHEN

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Das Faß, als eine der ältesten Erfindungen der Technologie, war von je her Gegenstand der Mathematiker: und es bemüheten sich insbesondere in neuern Zeiten unsere ersten Analytiker, Regeln auszufinden, nach welchen der Inhalt des Flüssigen, welches das Faß in seinem Innern faßt, stereometrisch berechnet werden könnte!

Inzwischen wurde durch alle diese Bemühungen die practische Visier-Kunst wenig oder gar nichts gefördert! Es erhielt der Geometer durch dieselbe wohl neue Formeln, runde Fässer zu berechnen; allein es fehlte gänzlich an einer Applicate: weil man bey alle dem, aus Nichtkenntniß der Eigenschaften der Fässer nicht wuste, ob für ein gegebenes Faß diese, oder jene Formel zunächst anwendbar wäre.

Es hatten anbey jene construirten Formeln das Fehlerhafte, daß man aus dem Gehalt des von innen äußerst irregulairen Faß-Körpers die Krümmung seiner Faß-Dauben ableiten wollte; und daß außerdem die Anwendung der Formeln mehr Sache der Dilettanten

bleiben, als für practische Visierer ausführbar seyn konnte, weil sie mehr Zeit erfordern, als dieser in seinem Geschäftsgang gewöhnlich aufwenden kann.

Nach den vielfältigen Erfahrungen, die ich mir in den Werkstätten der Küfer gesammlet habe, war ich der erste, welcher bewies, daß die Form des Fasses keineswegs zufällig seye, wie man bisher geglaubt hatte; sondern daß sich vielmehr seine äußere Form zunächst nach der Figur, welche die Faß-Dauben auf der Fügbank erhalten, so stricte eigne, daß ein Faß, dessen Dauben nach einerley Stich-Model aufs fleißigste gefüget worden, eine eben so genau bestimmte Figur erhalten müsse, als der Schuh über seinem Leisten wirklich erhält.

Ich habe dieses bereits in einer Abhandlung dargethan, und bewiesen, welche im Jahr 1794. in der Steinischen Buchhandlung zu Nürnberg, unter dem Titel: Abhandlung über runde, ovale, Ey- und Polygonal-Fässer, verlegt wurde; in welcher ich außerdem eine Formel construirte, nach welcher sich der Inhalt eines runden Fasses unmittelbar nach der Figur, auf welche seine Dauben gefüget worden, oder nach der seiner Construction eigenen Faß-Linie, berechnen lässet; neben andern Betrachtungen, die ich damals über ovale und Ey-Fässer überhaupt aufstellte.

Außerdem habe ich ferner auch über das Technologische der Fässer überhaupt, und insbesondere der ovalen und Ey-Fässer neue Ansichten und Erfahrungen

bekannt

bekannt gemacht in einer Abhandlung: Ueber das Technologische der Fässer, welche Hr. D. Juch, als mein damaliger Hr. College in Altdorf, in seine Beyträge zur Chemie, Oekonomie und Technologie aufnahm, die ebenfalls von der Steinischen Buchhandlung in Nürnberg 1808. verlegt wurden.

Ich versprach, dieser Abhandlung eine andere, auf sie sich beziehende, Visier-Kunst folgen zu lassen, die ich nun hiemit dem Publikum übergebe, und worüber ich vorläufig folgendes bemerken muß!

Es zerfällt nemlich diese Visier-Kunst in zwey Abschnitte, von welchen der erste das Stereometrische der Sache, in Regeln und Formeln enthält, die mir ganz eigen sind, und nach welchen sich der Inhalt eines Fasses, nicht etwa nach angenommenen Formen, sondern zunächst nach seiner Form ergiebt, welche es nach der Fügung seiner Dauben nothwendig annehmen muß; es mag das Faß ein rundes, ovales, Ey-förmiges, oder rund, oval, oder Ey-eckicht, und seine Böden eingesenkt, oder statt dessen, von außen eben seyn.

So wie dieser Abschnitt, nach seinem Inhalte, immer zunächst nur für den Analytiker ist, so bleibt dagegen der andere Abschnitt dem practischen Visierer eigentlich gewiedmet!

Er hat sich nach demselben schlechterdings nur mit der einfachsten Rechnung zu befassen; weil alles, was practisch anwendbar seyn soll, auch möglichst kurz betrie-

betrieben werden muß; er vollführet sein Geschäfte einzig mit dem Visierstab, dessen Fertigung für runde, ovale und Ey-Fässer vorläufig immer gezeigt wird, ehe ich seine wirkliche Anwendung auf Fässer dieser Art erkläre. Immer ist dabey die Anwendung des Visierstabs die nemliche; weil Fässer aller Art, nach meiner Ansicht, nach einerley Prinzipien visieret werden. Es findet daher der practische Visierer in diesem zweyten Abschnitt alles, was er für sein Metier bedarf, und worüber er in andern Büchern vergeblich nachsuchet; er lernt aus demselben, wie man Cirkel- Oval- und Ey-runde Fässer, wie man außerdem runde, oval- und Ey-eckichte Fässer, mit Visierstäben auf die kürzeste, einfachste und sicherste Art visieren solle; und kann sich dadurch in seinem Metier ganz vervollkommnen.

München, den 1. März 1810.

Späth.

Inhalts-

Inhaltsanzeige.

Seite
Vorrede. III—VIII

I. Abschnitt, welcher die Stereometrie der Fässer enthält.

§. 1. Einleitung. 3
§. 2. Function der Spitzung eines runden Fasses. . . 9
§. 3. Die Fügungs-Curve der Faß-Dauben. . . 13
§. 4. Gleichung für die Faß-Linie. 16
§. 5. Rectification der Faß-Linie. 20
§. 6. Ausdehnung des Fasses von außen. . . . 22
§. 7. Der Faß-Boden. 26
§. 8. Das Faß von innen. 32
§. 9. Der Faßgleiche Cylinder. Vergleichung des Fasses mit dem Cylinder, in welchem er stehet. . . 37
Durchmesser des Faßgleichen Cylinders. . . 38
Verhältniß jenes Durchmessers zum äquirten des Fasses. 40
§. 10. Der Inhalt des runden Fasses. . . . 42
§. 11. Die Abweinung des Fasses. 45
§. 12. Das rundeckichte Faß. 46
§. 13. Das oval-runde Faß. Construction des Grundrisses. 50
Die Axen des ovalen Faßrisses. . . . 52
Die Fläche des ovalen Setzbodens. . . . 55
Vergleichung des ovalen Bodens mit dem Rectangulo, in welchem er stehet. 56
Das oval-runde Faß an seinen Köpfen. . . 57
§. 14. Der Inhalt des oval-runden Fasses. . . 60
§. 15. Die Abweinung des oval-runden Fasses. . . 65
§. 16. Das oval-eckichte Faß. 66
Oval von 8 und von 10 Stichen. . . . 67
§. 17. Das ovale, an seinen Gewölben oder Seiten, eckichte Faß. 69
§. 18. Der Setzreiff eines Ey-Fasses. . . . 72
§. 19. Die Fläche des Ey-förmigen Setzbodens. . . 73
§. 20. Inhalt des Ey-Fasses. 76
§. 21. Das Ey-eckichte Faß. 80
§. 22. Das ablange Ey-Faß. 82

§. 23.

Seite
§. 23. Eine gestutzte Pyramide zu berechnen. . . 84
§. 24. Fundament des Cylinder- Oval- und Ey-Visierstabs. 85

II. Abschnitt, welcher die Regeln der practischen Visier-Kunst enthält, für Visierer und Umgeldner.

§. 1. Einleitung. 91
§. 2. Den cubischen Inhalt der Einheit für Flüssiges zu finden. 92
§. 3. Den Visierstab zu fertigen. 96
Tabelle für die Fertigung eines cylindrischen Visierstabes. 97
§. 4. Der Stich-Riemen. 99
Stich-Tafel für Fässer. 100
§. 5. Die Stichzahl zu finden, auf welche die Dauben eines Fasses gefüget sind. 101
§. 6. Die Höhe eines Fasses zu messen. . . . 103
§. 7. Die Senkung der Böden eines Fasses zu messen. . 104
§. 8. Die Spund-Tiefe eines Fasses zu messen. . . 105
§. 9. Den Inhalt eines Faß-Bodens zu finden. . . 107
§. 10. Den Durchmesser des Faßgleichen Cylinders zu finden. 109
§. 11. Ein rundes Faß zu visieren. 110
§. 12. Ein nicht volles rundes Faß zu visieren. . . 111
Cirkelschnitz-Tafel. 114
§. 13. Ein rund-eckichtes Faß zu visieren. . . . 115
§. 14. Ein nicht volles rund-eckichtes Faß zu visieren. . 117
§. 15. Den Grundstich bey einem ovalen Faß abzunehmen. 118
§. 16. Visierstab für ovale Fässer. 121
§. 17. Die Axe der Faßgleichen Ovale. . . . 122
§. 18. Ein ovales Faß zu visieren. 124
§. 19. Ein oval-eckichtes Faß zu visieren. . . . 127
§. 20. Ein Seiten-eckichtes Oval-Faß zu visieren. . 130
§. 21. Das Gewölb-eckichte Oval-Faß zu visieren. . . 133
§. 22. Einen Visierstab für Ey-Fässer zu fertigen. . . 134
§. 23. Die Art des Ey-Fasses zu erkennen. . . 135
§. 24. Der Faßgleiche Ey-prismatische Körper. . . 136
§. 25. Ein Ey-rundes Faß zu visieren. . . . 138
§. 26. Ein Ey-eckichtes Faß zu visieren. . . . 140
§. 27. Einen Visierstab für ablange Ey-Fässer zu machen. 142

I. Abschnitt,

welcher

die Stereometrie der Fässer

enthält.

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MÜNCHEN

Einleitung.

I. Ich habe in meiner Abhandlung von runden, ovalen, Ey- und eckichten Fässern, welche von der Steinischen Buchhandlung zu Nürnberg 1794. verlegt wurde, gezeigt: daß die Fässer nach ihrer allgemeinen Ansicht in 3. Geschlechter, nemlich in Runde, Ovale und Ey-Fässer, zerfallen, und daß die eckichten Fässer jedes dieser Geschlechter nur eine Abart derselben seyen; wornach z. E. das runde Faß ein 12 eckichtes wird, wenn sein Umfang in der Mitte und an seinen Enden ein Polygon von 12 Seiten vorstellet, das in jenem beschrieben ist.

Alle diese Geschlechter der Fässer haben nun das unter sich gemein, daß sie sämmtlich aus hölzernen Stücken aufgesetzt sind, die man ihre Dauben, Daufeln, Tafeln heißt, je nachdem diese oder andere technologische Benennungen in verschiedenen Reichen und Provinzen für sie eingeführt sind: sie constituiren den Faß-Körper oder das Faß durch ihre Zusammenfügung an ihren schmahlen Seitenflächen oder Kannten; während die hölzernen oder eisernen, an ihre äußere breite Seite angetriebenen Reiffe, sie in ihrer Fügung dergestalt erhalten, daß das aufgesetzte Faß, Flüssiges in sich aufnehmen und erhalten kann.

Dabey haben die Dauben des Fasses immer ihre eigenthümliche Gestalt! Sie sind nicht nur in ih-

rer Mitte oder im Wechsel überhaupt breiter, als an ihren Köpfen, Enden oder Fröschen, sondern es bestehet für sie immer ein gewisses Verhältniß, dem zufolge in Fig. 1. die in ihrer Mitte oder Wechsel EF in eine gewisse Anzahl gleicher Theile eingetheilte Daube ABCD, an ihren Enden AB und CD immer einen Theil weniger, als in der Mitte halten muß. Wenn also z. E. EF in (m) gleiche Theile abgetheilt ist, so muß AB und CD immer (m—1) solcher Theile messen; es mag (m) eine ganze oder vermischte Zahl seyn.

Diese Theile, in welche die Breite der Dauben in ihrer Mitte und an ihren Enden abgetheilt wird, heißen in der Küfer- Büttner- Schäffler-Sprache, Stiche. Wenn also eine Daube auf 6 Stiche gefügt werden solle, so wird ihre Breite in der Mitte EF in 6 gleiche Theile abgetheilt, und diese Daube muß an ihren Enden AB und ED 6—1, oder 5 Stiche messen; es mögen die Dauben in diesem oder jenem Welttheil, so weit Küfer existiren, gefügt werden.

Auch heißet der Unterschied EF—CD die Spitzung der Daube, die also für eine Daube von m. Stichen immer $\frac{1}{m}$ ihrer Breite EF in ihrer Mitte ist.

II. Diese Eintheilung der Dauben erhalten die Küfer durch die Anwendung des vierspitzigen Cirkels, oder auch durch die verschiedenen Stich-Mödel, welche zu ihrem Werkzeug gehören; wie ich in jener Abhandlung über Runde, Ovale und Ey-Fässer gezeigt, und weiter ausgeführt habe.

Es bediene sich nun der Küfer des einen oder des andern dieser Werkzeuge, so füget er doch immer jede Daube von m. Stichen auf der für ihre Länge passenden Fügbank, dergestalt, daß sie an ihren Enden (m—1)

Theile oder Stiche mißt, wenn sie in ihrer Mitte (m) solcher Stiche hält; und es gewinnet dabey die Daube in ihrer halben Hälfte MN oder im Halse, eine gewisse Breite MN, die von der Art, wie der Küfer sie auf der Fügbank behandelt, und von der Figur der Fügbank selbst abhängig ist.

Es stellet aber die Fügbank einen Hobel vor, welcher beynahe die Länge der auf ihr zu fügenden Dauben hat, dessen Sohle nach einem Cirkel von großem Halbmesser sich etwas hohl verläuft.

Es setzet der Küfer beym Fügen der Dauben, die aus dem Rauhen zugehauene Kannte, oder schmahle Seite derselben, auf seiner oben liegenden Sohle auf, und stösset an dem Hobeleisen von derselben einen Spahn nach dem andern weg, bis die Daube in ihrer Mitte, und an ihren Enden ihre gehörige Stiche erhält, und von der Mitte nach den Enden sich in eine krumme Linie CME=DNF verläuft, welche der Küfer seines Orts für die schicklichste hält.

Es pflegen dabey die Küfer gerne in der Gegend vom Halse nach den Enden der Dauben, oder zwischen M und C einen äußerst dünnen Spahn weiters auf der Fügbank abzustossen, damit die Daube sich allda unmerklich hohl verlauft, und sämmtliche Dauben des Fasses sich allda um so besser zusammenfügen, oder das Faß sich schöner bindet.

Inzwischen ist dieses nur die Sache solcher, die aussergewöhnlichen Fleiß auf das Fügen verwenden, oder sonst sehr geübt sind.

III. Bey so bestehenden Umständen ist daher die Figur der Daube zwischen ihrer Mitte und Enden von den Fügungsmaximen des Küfers abhängig, wenn sie auch

auch in der Mitte EF und an den Enden AB und CD ganz bestimmt ist: es genüget dem Küfer, die Daube, wenn ihre Mittel-Linie KD sie mitten durchschneidet, oder die Daube nicht windschief oder schöllerig gefüget ist, und sie sich dabey auf ihren beyden Kannten in eine Krümme verläuft, die in sich contentinent ist, oder keine Buckel oder Wülste zeigt. Es beurtheilet dieses der Küfer, indem er mit einem Auge längs der Kannte der gefügten Daube hinunter siehet.

Sind nun sämmtliche für das Faß zubereitete Dauben auf der Fügbank gehörig gefüget, und die Nuthen oder Zargen für die Böden in sie mit dem Zargen-Hobel eingerissen, so setzet sie der Küfer um den Setz-Reif aufrechtstehend herum; er umgiebt sie in dieser Stellung in der Gegend ihres obern und untern Halses mit einem Seil, das er vermittelst des Zugs anziehet, um so die Dauben mechanisch zu krümmen; er bringt dabey in dem hohlen Faß-Körper ein Feuer an, um durch dessen Wirkung die Dauben gleichzeitig auch physisch zu krümmen, bis sich endlich die Dauben in soweit in ihren Kannten anschließen, daß der Spann-Reif oben und unten angetrieben werden kann, der den Faß-Körper in soweit zusammenhält, daß seine Dauben von außen verputzt, und so das Faß für die Einsetzung der Böden, und für das Antreiben der Reiffe durch den Diebel vorbereitet, und so am Ende durch das Antreiben der Reiffe gehörig gebunden, oder gefertiget werden kann.

Bey dieser Behandlung gewinnt nun der Faß-Körper, oder das Faß, von außen eine Form, die zunächst von der Form seiner Dauben, das ist, von ihrer Spizzung, und übrigen beym Fügen gewonnenen Curve ihrer Kannten abhängig ist.

Sind

Sind nemlich sämmtliche Dauben des Fasses auf (m) Stiche gefügt, so wird sich einmal, nachdem die Dauben in ihren Kannten sich zusammengeschlossen haben, der Durchmesser des Fasses in seiner Mitte, oder im Wechsel, zu seinem Durchmesser an den Enden der Dauben, wie $m : m - 1$ verhalten müssen; oder es wird seyn in Fig. 2.

$$AB : U.W = m : m - 1 = EF : CD \text{ in Fig. 1.}$$

und eben so wird sich auch die Weite des Fasses in seinem Halse oder durch EN auch wie EF : MN in Fig. 1. sich verhalten; das ist, es werden sich die Durchmesser des Fasses von außen verhalten, wie die Ordinaten der Kannten-Krümmung ihrer Dauben, für gleiche Abscissen EM = AE in Fig. 2.

Wenn daher der Durchmesser AB des Fasses in seiner Mitte, oder durch den Spund, in (m) gleiche Theile oder Faßstiche abgetheilt wird, so muß das Faß an den Enden seiner Dauben, oder in dem Durchmesser UW gerade (m—1) solcher Theile oder Stiche messen, wenn seine sämmtliche Dauben genau auf (m). Stiche gefugt sind; man heißt deßwegen auch in der Küfersprache den Unterschied der Weite des Fasses durch seinen Spund, und über seinen Köpfen oder $AB - UW = AQ + TB$ auch die Spitzung des Fasses, die deßwegen immer dem Faß-Stich gleich ist.

Dies Verhältniß $m : m - 1$ kann aber das Faß nur auf den Fall gewinnen, wenn seine sämmtliche Dauben aufs genaueste gefüget sind, oder auch, wenn solche, die zufällig an den Enden etwas spitziger gefuget sind, durch andere compensirt werden, die an den Enden etwas breiter geblieben sind, als sie bey der genauesten Fügung seyn sollen. Tritt dieser Fall nicht ein, so ist das Faß

an

an seinen Köpfen schmähler, oder breiter, als es nach der Regel seyn sollte, und weichet überhaupt von seiner regulairen Gestalt um so mehr ab, je weniger Fleiß der Küfer auf das Fügen der Dauben verwendet, und je weniger die einen die andern compensiren. Es kann unter solchen Umständen das Faß an seiner obern Seite weiter oder enger, als an seiner untern Seite, in gleichem Abstande vom Spund ausfallen; und es lehret die Erfahrung, daß Fässer bey schlechter Fügung, um $\frac{1}{50}$ — $\frac{1}{40}$ ihres Durchmessers, von der Regel abweichen können.

IV. Dabey sind ferner die Böden des Fasses an ihrer äußern Seite entweder eben, oder sie sind eingesenkt! Bey letztern werden die Tafeln, aus welchen die Böden zusammengesetzt werden, nach einem Lehr-Bogen, von 30 bis 60 Fußen im Halbmesser, gekrümmt, so daß ein solcher Boden gerade so aussiehet, als ob ein Cylinder, von 30 bis 60 Fuß Halbmesser, in ihn bis auf eine gewisse Tiefe, welche man die Senkung des Bodens heißt, sich eingedruckt hätte.

Da das Flüssige einen solchen Boden um so weniger senkrecht drückt, je stärker er eingesenkt ist, so leiden die Böden eines solchen Fasses weniger durch den Druck des Flüssigen; dürfen daher auch nicht so stark gemacht werden, als wenn sie ganz eben wären.

Weil ferner auch die Zargen oder Nuthen für solche Böden in die Dauben nach ihrer Senkung müssen eingerissen werden, so werden die Dauben selbst ungleich lang, und die kürzeste differirt von der längsten, gerade um die Senkung des Bodens, wenn die Köpfe oder Frösche der Dauben gleich hoch von ihren Zargen abstehend gemacht werden. Ist z. E. der Faß-Boden auf 3 Zolle eingesenkt, so ist die Spund- und Lager-Daube des

Fasses

Fasses um 3 Zolle kürzer, als die Seiten-Dauben, die von jenen um $\frac{1}{4}$ Cirkel abstehen. Stehet daher das Faß als Stand-Faß aufrecht, so berühren nur seine Seiten-Dauben die Ebene des Bodens; es stehen die übrigen Dauben sämmtlich frey, und insbesondere stehen die Spund- und Lager-Dauben um die Boden-Senkung vom Boden ab. Indem nun hier die Last des Flüssigen nur auf 2 Puncte wirket, so spannet sich das Faß in seinen Dauben um so stärker, und ändert wohl gar dadurch seine Form!

V. Es pflegen ferner die Küfer in verschiedenen Staaten und Orten Fässern, welche sie auf gegebene Stichzahlen fugen, auch verschiedene Längen zu geben; und es ergiebt sich hiedurch ein gewisses landübliches Verhältniß zwischen der Länge ihrer Dauben, und der Weite der Fässer über den Köpfen derselben. Dies Verhältniß ist für gewisse Staaten und Provinzen z. E. 2 : 1, so daß nach demselben für ein Faß mit gesenkten Böden, die Weite des Fasses über seinen Köpfen gerade die Hälfte der Länge seiner kürzesten Dauben ist. Anderwärts ist dies Verhältniß, wie 3 : 2, oder 4 : 3; das kleinste Verhältniß ist unstreitig das, wie 1 : 1; und das größte $2\frac{1}{2}$: 1. Es ist im ersten Fall die Weite des Fasses über seinen Köpfen, der Länge seiner kürzesten Dauben gleich; im andern aber ist jene Weite nur $\frac{2}{5}$ jener Länge.

§. 2.

Function der Spitzung eines runden Fasses.

Es bezeichne nun ein für allemal A und E die Weite des Faß-Körpers durch seine Mitte, und über seinen Köpfen,

Köpfen, von der äußern Seite der Dauben zur andern; B. die Länge der kürzesten, oder Spund- und Lager-Dauben; p. die Stich-Zahl, auf welche sämmtliche Dauben des Fasses gefugt sind.

$\mu : \nu$ das Verhältniß der Länge der Spund-Dauben zu der Weite des Fasses an seinen Köpfen.

z. die Anzahl der Stiche, oder Theile, in welche die Spund- und Lager-Daube von dem Küfer eingetheilt worden.

Nach diesen Bezeichnungen ist nun einmal, nach §. 1. II.

$$A : E = p : p-1; \quad E = \frac{(p-1)}{p} . A.$$

Es ist ferner $\mu : \nu = B : E$; also $E = \frac{\nu}{\mu} . B$;

$$\text{mithin} \quad \frac{\nu}{\mu} B = \frac{(p-1)}{p} . A,$$

die erste Fundamental-Gleichung für die Haupt-Dimensionen, oder für die Charakteristik des Fasses.

Nach Stichen ist ferner

$$\mu : \nu = z : \frac{\nu}{\mu} . z.$$

oder das Faß hält über seinen Köpfen $\frac{\nu}{\mu} . z.$ Stiche; folglich in seiner Mitte

$$\frac{\nu}{\mu} z + 1 = p. \text{ Stiche};$$

und es ist hieraus $z = \frac{\nu}{\mu} (p-1)$. Stiche.

Für ein Faß von 5 Stichen, das in dem Verhältniß 2 : 1 oder $\mu : \nu$ aufgesetzt ist, mißt daher jede Seiten-Daube gerade $\frac{2}{1} . 4 = 8$. Stiche.

Nun heißt ferner der Unterschied der Weite des Fasses in seinem Wechsel oder Bauch, und an seinen Köpfen, oder

oder AB — VW in Fig. 2. in der Küfer-Sprache die Spitzung des Fasses.

Die Spitzung des Fasses ist also

$$A - E = A - \frac{(p-1)}{p} A = \frac{1}{p} A.$$

oder immer einem Faß-Stich gleich.

Da aber die Seiten-Daube in z. gleiche Theile oder Faß-Stiche abgetheilt wird, so ist auch ein Faß-Stich gleich $\frac{B}{z}$; mithin auch

$$\frac{A}{p} = \frac{B}{z} = \frac{\nu}{\mu} \cdot \frac{B}{p-1};$$

die andere Gleichung für die Spitzung des Fasses, als seiner ersten oder Haupt-Charakteristik.

Bey Fässern, die als Meisterstücke beym Handwerk, oder als Stück-Fässer aufgestellt werden, theilet daher der Küfer die Spund- und Lager-Daube immer in eine gewisse Anzahl gleicher Theile, oder Stiche, und es muß das Faß über seinen Köpfen, und im Wechsel, genau eine gewisse Anzahl solcher Theile messen, wenn es genau gefügt, und nicht verbunden, oder durch ein ungleichartiges Antreiben der Reiffe, in seiner Gestalt deformirt worden ist.

Für ein Faß, dessen sämmtliche Dauben in 6 Stiche gefügt sind, während seine Weite über den Köpfen auf $\frac{2}{3}$ der Länge seiner Spund-Daube gesetzt ist, theilet daher der Küfer die Spund- und Lager-Daube in $7\frac{1}{2}$ gleiche Theile; und es muß von diesen Theilen, die Weite des Fasses über den Köpfen genau $\frac{2}{3} \cdot 7\frac{1}{2}$ oder 5 Theile, mithin in der Mitte, oder im Wechsel accurat 6 solche Theile messen.

Nun

Nun eignet sich ferner nach der Spitzung des Fasses, auch zunächst die Form oder Krümmung, welche seine Dauben beym Binden annehmen. Es fällt das Gewölb des Fasses um so größer aus, oder seine Dauben krümmen sich um so stärker, je größer seine Spitzung ist; es ist hingegen das Faß um so flächer, je geringer seine Spitzung ist.

Diese Spitzung aber constituirt sich nach ihrer Grund-Gleichung zunächst aus der Stich-Zahl, auf welche die Dauben des Fasses gefugt sind, und aus dem landüblichen Verhältniß, welches die Länge seiner Seiten-Dauben, zu der Weite über Hirn, oder über den Köpfen hat.

Fässer, die daher nach einerley Verhältniß, und auf einerley Stich-Zahl aufgesetzt sind, sind deßwegen Fässer von einerley Art, oder ähnliche Fässer; und ihre Dauben wölben sich nach einerley Krümmung; oder ähnliche Fässer haben gleiche Faß-Linien.

Eben so wölben sich auch die Dauben gleich langer Fässer, gleich stark, die nach ihrer Länge in eine gleiche Anzahl von Stichen eingetheilt werden, oder ihre Faß-Linien sind congruent.

Für ein Faß A von 5 Stichen in dem Verhältniß 2 : 1 aufgesetzt, wird die Spund- oder Lager-Daube

$$\text{in } z = \frac{4 \cdot 2}{1} \text{ oder 8 gleiche Theile abgetheilt,}$$

oder seine Spitzung ist $\frac{1}{8}$ der Länge seiner Seiten-Dauben.

Für ein Faß B von 6 Stichen, das in dem Verhältniß 8 : 5 aufgesetzt ist, wird eben so die Spund-Daube

$$\text{in } (6-1) \cdot \tfrac{8}{5} \text{ oder 8 Theile abgetheilt;}$$

es ist also seine Spitzung auch $\frac{1}{8}$ der Länge seiner Spund- oder Lager-Daube; es wölben sich also die Dauben beyder Fässer gleich stark, oder ihre Faß-Linien sind congruent.

Fässer

Fässer von gleichen Längen, deren Spitzung der nemliche aliquote Theil der Länge ihrer Seiten-Dauben ist, haben daher congruente Faß-Linien, oder sie wölben sich gleich stark.

Wenn also für 2 Fässer von gleich langen Spund- oder Lager-Dauben der Fall eintritt,

$$\text{daß } \frac{\nu}{\mu} \cdot \frac{1}{p-1} = \frac{n}{m} \cdot \frac{1}{q-1} \text{ ist;}$$

so sind ihre Faß-Linien mit einander congruent.

Wenn man daher nur eine einzige Curve für alle Arten runder Fässer annimmt, wie bisher immer geschahe, so handelt man gegen die Natur der Sache; und die auf diese irrige Annahme gegründete Schlüsse müssen immer falsche Resultate liefern.

§. 3.

Die Fügungs-Curve der Faß-Dauben.

I. Was nun zuvörderst die Curve anbelangt, nach welcher die Faß-Dauben Fig. 1. gefuget werden, so ist dieselbe an und für sich im Allgemeinen um so flächer, je höher die Stich-Zahl ist, auf welche die Dauben auf der Fügbank gefüget werden; sie ist außerdem, nach dem in §. 1. II. angeführten, in ihrer Art mehr zufällig, als bestimmt; doch nimmt sie im Ganzen immer nahe die Eigenschaften der Figur der Sohle der Fügbank an, auf welcher die Kannten der Dauben gefuget werden, die nach §. 1. II. immer circularisch gestaltet ist.

Ich nehme nun indessen die Curve AEC. circularisch an, und bezeichne die Abscisse ER mit (u). die ihr entsprechende Ordinate MR = ν, und den Durchmesser

messer des Kreises mit D. So ist nun einmal nach den Eigenschaften des Kreises

$$u : y = y : D - u;$$

und weil (u) in Vergleich mit D immer nur sehr klein ist, so ist hieraus

$$u = y^2 : D.$$

Eben so ist auch $EU : CU = CU : D$; mithin

$$D = CU^2 : EU.$$

Ist nun die Daube auf (p) Stiche gefügt, so ist

$$EH : CD = p : p - 1; \text{ und } EH = \frac{1}{p} . EH.$$

Setzt man nun $EH = a$; die halbe Dauben-Länge $CU = b$; so ist auch

$$D = \frac{b^2}{\frac{1}{p} a}; \text{ mithin}$$

$$u = \frac{y^2 . a}{p\, b}; \text{ und}$$

$$MP = EH - EU = a - x = a . \left(1 - \frac{y^2}{p b^2}\right).$$

II. Auf die nemliche Gleichung kommt man auch, wenn man die Curve AEC in Fig. 1., auf welche die Faß-Dauben gefügt werden, parabolisch gestaltet annimmt.

Es bezeichne (q.) den Parameter der Parabel, so ist in derselben

$$x = \frac{y^2}{q}; \text{ und } EU . q = CU^2; \text{ oder } q = b^2 : \frac{1}{p} a; \text{ also}$$

$$x = \frac{y^2\, a}{p\, b}; \text{ und } MP = a . \left(1 - \frac{y^2}{p\, b^2}\right). \text{ wie in (I.).}$$

Dage-

Dagegen nähert sich bey Dauben, welche im Halse etwas hohl gefüget werden, ihre Curve der Conchoide; für welche sich folgende Gleichung ergiebt:

$$MR^2.(EH-ER)^2=(Uz+EH-ER)^2.(2\,EH.ER-ER^2)$$

oder in den bisher eingeführten Buchstaben, und UZ=R gesetzt $\eta^2.(a-x)^2=(R+a-x)^2.(2ax-x^2)$.

Da aber a—x in Vergleich mit R immer nur klein ist, so kann man auch setzen:

$$\eta^2.(a-x)^2=R^2.(2ax-x^2);$$

woraus sich ergiebt $x=a+a\sqrt{R:\overline{R^2+\eta^2}}$;

und $MP=a-x=\dfrac{aR}{\sqrt{(R^2+\eta^2)}}=w.$

Eben so ist auch für $x=EU=\frac{1}{p}a$; und $CU=b$

$$b^2\left(a-\frac{1}{p}a\right)^2=R^2.\left(\frac{2a^2}{p}-\frac{a^2}{p^2}\right);$$

und hieraus $R=\dfrac{b(p-1)}{\sqrt{(2p-1)}}$.

Wird dieser Werth von R in die vorige Gleichung für MP substituirt, so ergiebt sich hieraus

$$MP=\frac{a(p-1).b}{\sqrt[2]{((p-1)^2.b^2+(2p-1)\eta^2)}}=w.$$

Setzt man in dieser Gleichung $\eta=b$; so wird hieraus

$$Cg=a(p-1):p.$$

wie es auch nach §. 1. I. seyn muß.

III. Eben so lässet sich auch die Gleichung für die Curve der Kannten der Dauben, durch die Stiche ausdrücken, die eigentlich bey den Küfern die Grundlage abgeben.

Es

Es ist nemlich in Dauben-Stichen auch

$$EU = EH - CD = a - \left(\frac{p-1}{p}\right) a = \frac{a}{p} \text{. nach (I.).}$$

Auch mißt ferner die halbe Dauben-Länge CU = b gerade $\frac{1}{2}$ z. Stiche, weil die ganze Länge DK in (z) Stiche abgetheilt wird, §. 2.

Es ist deßwegen auch in (I.)

$$EU : UC = UC : D; \text{ also } D = \tfrac{1}{4} z^2 . \frac{p}{a}; \text{ und}$$

$$x = \frac{\eta^2}{D} = \frac{4\eta^2 a}{p . z^2.} \text{ in Stichen; und}$$

$$MP = EH - x = a - \frac{4\eta^2 a}{p z^2} = a . \left(1 - \frac{4\eta^2}{p z^2}\right).$$

in welchem Ausdruck auch (η) in Stichen ausgedrückt ist. Wird in demselben $\eta = \frac{1}{2} z$ für $\eta = CU$; so ergiebt sich

$$CD = a \left(\frac{p-1}{p}\right) \text{ nach Stichen.}$$

§. 4.

Gleichung für die Faß-Linie.

I. Werden nun die Dauben bey dem Binden des Fasses in ihren Kannten in soweit zusammengetrieben, daß das Faß Flüssiges aufnehmen, und in sich erhalten kann, so verhält sich, nach §. 1. III., jeder auf die Axe des Fasses senkrechte Queerschnitt, wie die ihm entsprechende ausgegleichte Breite seiner Dauben.

Es bezeichne nun A. den Halbmesser AH des Fasses Fig. 2. durch seinen Spund, und LZ = U seinen Halbmesser in den Abstand AL = η von seiner Mitte, oder vom Wechsel.

Auch

Auch seye in Fig. 1. EH=a. die halbe Breite der Dauben in ihrer Mitte, und mP=w ihre Breite in dem Abstand MR=HP=n von der Mitte, so ist einmal

$$A:U=a:w=1:\frac{b(p-1)}{\sqrt{((p-1)^2 b^2+(2p-1)n^2)}}:\text{ also}$$

$$U=\frac{A.b.(p-1).}{\sqrt{((p-1)^2.b^2+(2p-1)n^2)}}.$$

In diesem Ausdruck ist also die Gleichung für die Faß-Linie construirt; indem sich nach demselben jeder auf die Axe senkrechte Durchschnitt des Fasses, für jede seiner auf der Daube genommene Abscissen berechnen läßt.

Es sey z. E. ein Faß auf 5 Stiche aufgesetzt, bey einem Durchmesser im Spunde von 5 Fußen, und einer Dauben-Länge von 8 Fußen.

Für dieses Faß ist also A=5 Fuße; b=4 Fuße; p=5 Stiche; und deßwegen seine auf die Axe senkrechte Queerschnitte folgende:

Abscisse.	Ordinate.
0	5,0000
1	4,9143
2	4,6815
3	4,3579
4	4,0000

II. Diese Durchschnitte des Fasses müssen etwas grösser ausfallen, wenn das Faß aus Dauben aufgesetzt ist, die am Halse nicht hohl gestossen; mithin etwas kummpfichter gefügt sind. Für solche Dauben sind nem-

nemlich die Durchschnitte für das nemliche Faß folgende, wie sie sich ergeben nach der Formel §. 3. II.

$$U = A . \left(1 - \frac{x^2}{p\,b^2}\right).$$

Abscissen.	Durchschnitte.
0. Fuße.	5. Fuße.
1	4,9375
2	4,7500
3	4,4375
4	4,0000

Ich habe schon damals, als ich die Formel (I.) für die Faß-Schnitte construirte, auch dieselbe für eine starke Anzahl von Fässern verschiedener Art probirt, und dieselbe aufs genaueste richtig befunden. Denn als ich die berechneten Umfänge der Fässer, mit ihren gemessenen Umfängen für die nemlichen Abstände vom Spunde, verglich, differirten die Resultate von dem Maaße auf Fässer von 12 bis 16 Fuß Umfang höchstens um 2..3 Zolle: das immer schon genau genug ist, wenn man überleget, daß die Faß-Dauben nicht mit mathematischer Schärfe auf der Fügbank gefüget werden, und ihre Figur im Ganzen immer etwas zufälliges an sich hat, §. 1. III.

Um mich nun auch von der Richtigkeit der neu construirten äußerst bequemen Formel (II.) zu überzeugen, maß ich die Umfänge verschiedener Fässer, so wie ich sie gerade vorfand, und berechnete die nemlichen Durchschnitte nach dieser Formel; wobey ich folgende Resultate fand.

Ein

Ein Faß			Umfänge.		
von Stichen.	Länge.	Abscissen.	gemessen.	berechnet.	Differenz.
5	6′ „ 6″	3 1/4′	10′ „ 8″	10′ „ 7″	— 1 Zoll.
		2 1/4	11 „ 8 1/4	11 „ 11	+ 2 3/4
		1 1/4	12 „ 8 1/2	12 „ 10	+ 1 1/2
		0	13 „ 3	— —	— —
4 1/2	6′ „ 6″	3 1/4	10′ „ 2 3/4″	10′ „ 3	+ 1/4
		2 1/4	11 „ 5	11 „ 9	+ 4
		1 1/4	12 „ 6	12 „ 8	+ 2
		0	13 „ 2	— —	— —
6	4′ „ —	2	7″ „ 10	8′ „ —	+ 2
		1 1/4	8 „ 11	9 „ —	+ 1
		0	9 „ 8	— —	— —
8	3′ „ 4″	1′ „ 8″	7 „ 1	7 „ 0	+ 1
		— 11″	7 „ 6 3/4	7 „ 8	1 3/4
		0	8 —	— —	— —
7	6′ „ —	3	11 „ 1 1/2	11 „ 3	+ 1 1/2
		2	12 „ 1	12 „ 3	+ 2
		0	13 „ 1 1/2	— —	— —
8	3′ „ 8″	1′ „ 10″	8′ „ 4″	8 „ 4 5/8	+ 5/8
		1 „ —	9 „ 2	9 „ 2 2/3	+ 2/3
		0 „ —	8′ „ 7″	— —	— —

Die hier sich zeigende Differenzen des Umfangs der Fässer sind im Ganzen so unbedeutend, daß sie in der Fügung der Dauben ihren Grund haben mögen, §. 1. III., so daß also die construirte Gleichung für die Faß-Linie allerdings practicabel und passend ist.

Nur scheinet dieselbe die Durchschnitte des Fasses immer etwas weniges zu groß anzugeben, da hier alle Differenzen positiv befunden wurden: es paßt daher die Formel zunächst für solche Fässer, deren Dauben mehr kummpficht gefügt sind, als solche, die in ihrem Halse etwas hohl gestossen worden.

§. 5.

Rectification der Faß-Linie.

I. Bey dem Rectificiren der Faß-Linie findet man aus der Länge des Bogens der Dauben EAU, die Höhe UE des Faß-Körpers selbst, durch Rechnung.

Es sey deßwegen die Linie ln in Fig. 2. der LN unendlich nahe, und $Ef = dx$, so ist $Ll = dy$; $Lf = dz$; und

$$dx = \sqrt{(dy^2 - dz^2)}$$

der Ausdruck für das Element der Höhe des Fasses.

Nun ist in dem Ausdruck §. 4. II. $z = A.\left(1 - \frac{y^2}{pb^2}\right)$; mithin

$$AH - Lz = Ay^2 : pb^2 = Ao;$$

$$dz = \frac{2Aydy}{pb^2}; \quad dz^2 = \frac{4A^2.y^2.dy^2}{p^2b^4};$$

wofür ich indessen setze $dx^2 = m.y^2dy^2$; es ist deßwegen das Element der Höhe des Fasses

$$dx = dy.\sqrt{(1 - m.y^2)}; \text{ und } x = \int dy.\sqrt{(1 - my^2)}.$$

Nun

Nun ist bekanntlich

$$\int dz.\sqrt{(1-z^2)} = \tfrac{1}{2}z.\sqrt{(1-z^2)} + \text{Arc.Sin.}z. + \text{Constans.}$$

Ich setze deßwegen $z^2 = m\eta^2$;

so ist $z = \eta.\sqrt{m}$; $dz = d\eta.\sqrt{m}$; und

$$d\eta.\sqrt{m}.\sqrt{(1-m\eta^2)} = \tfrac{1}{2}\eta.\sqrt{m}.\sqrt{(1-m\eta^2)} + \tfrac{1}{2}\text{Arc.Sin.}\eta.\sqrt{m};$$

folglich

$$\int d\eta.\sqrt{(1-m\eta^2)} = \tfrac{1}{2}\eta.\sqrt{(1-m\eta^2)} + \tfrac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{m}}.\text{Arc.Sin.}\eta.\sqrt{m};$$

oder

$$\tfrac{1}{2}\eta.\sqrt{\left(1-\frac{4A^2}{p^2.b^4}\eta\right)} + \tfrac{1}{2}\frac{p.b^2}{2A}.\text{Arc.Sin.}\eta.\frac{2A}{pb^2} + \text{Constans.}$$

Setzet man in diesen Ausdruck, welcher für $\eta = 0$ verschwindet, $\eta = b$; so wird dadurch die Höhe des Fasses

$$b.\sqrt{\left(1-\frac{4A^2}{p^2.b^4}\right)} + \frac{pb^2}{2A}.\text{Arc.Sin.}\frac{2A}{pb}.$$

Für das Faß §. 3. von 5 Stichen ist $p = 5$; $A = 2\tfrac{1}{2}$; $b = 4$; also

$$\text{Sin}\frac{2A}{pb} = \frac{5}{5.4} = 0{,}25.$$

welchem ein Winkel von 14° „ 30′ zugehöret.

Hievon ist der Bogen 0,253072 . . .

Diesen mit $\frac{pb^2}{2A} = \frac{5.16}{2.\frac{5}{2}}$ oder mit 16 multiplicirt, giebt zum Product 4,045.

Hiezu noch das erste Glied mit $4.\sqrt{(1-\tfrac{1}{16})} = 3{,}87298$ addirt, giebt die Höhe dieses Fasses zu 7,920 Fußen; welches von der Länge seiner Dauben, oder 8 Fußen, nur um 0,08 eines Fußes verschieden ist.

Ich habe hierüber Versuche angestellt, um mich auch von dieser Seite von der Richtigkeit der construirten For-

me

mel zu überzeugen. Deßwegen öffnete ich den Hand-Cirkel auf $\frac{1}{2}$ Fuß, und nahm so durchs Umschlagen desselben die Länge der Dauben ab. Nachgehends legte ich ein Richtscheid über die Köpfe des Fasses, und hielt an das Faß ein anderes senkrecht stehend an: und bemerkte die Stelle, wo jenes dieses anschnitt. Indem ich nun so die Höhe des Fasses mit dem Cirkel abnahm, zog ich diese von seiner Länge ab, und fand den Unterschied bis auf die mindeste Kleinigkeit eben so, wie die Rectifications-Formel ihn angab.

II. Dividirt man die Höhe UE des Fasses Fig. 2. durch die Länge seiner Dauben EAU, so giebt der Quotient das Verhältniß, in welchem erstere zu letzterer stehet.

Dieses ist für das bisherige Faß $= 0{,}99$.

Diesen Quotienten bezeichne ich künftig mit λ; und setze die der Dauben-Abscisse ν entsprechende Höhen-Abscisse $\lambda\nu = x$; und $dx = \lambda . d\nu$.

Für Fässer, die auf große Stichzahlen, und nach einem großen Verhältniß ihrer Dauben-Länge zu ihrer Weite an den Köpfen aufgesetzt sind, ist daher der Werth von λ immer größer, als für andere, die eine stärkere Spitzung haben; es ist selbst für das nemliche Faß der Werth von λ. mit der Abscisse ν. veränderlich; er ist nur beständig, wenn ν. der halben Dauben-Länge gleich kommt.

§. 6.

Ausdehnung des Fasses von außen.

I. Wenn es nun darauf ankommt, das Faß zuvörderst nach seinen äußern Umfang zu cubiren, so ist einmal das Element des Faß-Körpers gleich

$$\pi . U^2 . dx; \text{ oder } \pi . U^2 . \lambda d\nu. \text{ nach §. 5. II.}$$

Auch

Auch ist für ein Faß, dessen Dauben in ihrem Halse etwas hohl gestossen worden, nach §. 4. I.

$$U^2 = \frac{A^2 . b^2 (p-1)^2 .}{(p-1)^2 . b^2 + (2p-1)\eta^2 .}$$

wofür ich der Kürze halber indessen setze

$$U^2 = \frac{M}{P + Q . \eta^2 .}$$

so daß mithin das Element des Faß-Körpers sich ausdrückt durch

$$\frac{\pi . M . \lambda . d\eta .}{P + Q\eta^2 .}$$

Nun ist aber nach mancherley Substitutionen das Integrale von

$$\frac{\lambda . d\eta .}{P + Q\eta^2} = \frac{\lambda}{\sqrt{P . Q}} \text{ Arc. tang. } \sqrt{\frac{Q\eta^2}{P.}} + \text{Constans};$$

mithin der Inhalt einer Zone des Fasses von der Dauben-Abscisse η; gleich

$$\frac{\pi . \lambda . A^2 . b(p-1)}{\sqrt{(2p-1)}} . \text{Arc.tang.} \frac{\eta}{(p-1)b} . \sqrt{(2p-1)} . + \text{Const.}$$

Setzt man in dieser Formel $\eta = b$; und $2\lambda b = \varkappa$; so ist auch der Inhalt des ganzen Fasses

$$\pi . A^2 . \varkappa . \frac{p-1}{\sqrt{(2p-1)}} . \text{ Arc. tang. } \frac{\sqrt{(2p-1)}}{p-1} .$$

Für ein Faß von 5 Stichen und 5 Fuß Durchmesser, bey 8 Fuß Länge seiner Seiten-Dauben, wäre also $A = \frac{5}{2}$ Fuß; $p = 5$ Stiche; $b = 4$ Fuß; mithin

$$\frac{\sqrt{2(p-1)}}{p-1} = \frac{3}{4} \cdot$$ als Tangente eines Bogens von 36° „52′.

und der diesem Winkel entsprechende Bogen ist gleich 0,6434447176.

Es ist ferner nach §. 4. II. für dieses Faß $\lambda . b = 0{,}99 . 4 = 3{,}96.$ und

$$\frac{A^2 (p-1)}{\sqrt{2p-1}} = \frac{25 . 4}{4 . 3} = \frac{25}{3}.$$

mithin die Ausdehnung des Fasses von außen $= 133{,}42$. Cub. Fuße.

II. Etwas größer muß der Inhalt des Faß-Körpers ausfallen, dessen Dauben im Halse nicht etwas hohl, sondern mehr kummpficht gefüget worden, §. 4. II.

Für ein solches Faß ist nemlich sein Element gleich

$$2\pi . U^2 . \lambda . d\eta; \text{ und } U^2 = A^2 . \left(1 - \frac{\eta^2}{pb^2}\right)^2$$

nach §. 4. II.; mithin das Element des Faß-Körpers selbst

$$2\pi . A^2 . \left(1 - \frac{\eta^2}{pb^2}\right)^2 . \lambda d\eta .$$

Von diesem Differential-Ausdruck ist das Integrale

$$2\pi . A^2 . \lambda\eta . \left(1 - \frac{2}{3}\frac{\eta^2}{pb^2} + \frac{1}{5} . \frac{\eta^4}{p^2 . b^4}\right) + C.$$

Setzt man in diesem Ausdruck $\eta = b$; und bezeichnet die ganze Höhe des Fasses mit dem Buchstaben $\varkappa$; so ergiebt sich die Ausdehnung des Fasses von außen; nemlich

$$\pi . A^2 . \varkappa . \left(1 - \frac{1}{p} . \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5}\frac{1}{p}\right)\right).$$

Für das vorige Faß ist $A = \frac{5}{2}$ Fuße; $\varkappa = 7{,}92$ Fuße; $p = 5$ Stiche.

Nun ist $\frac{2}{3} - \frac{1}{5}\frac{1}{p} = \frac{47}{75}$; mithin $\frac{1}{5} . \frac{47}{75} = \frac{47}{375}$;

und $1 - \frac{47}{375} = \frac{328}{375}$; mithin der Inhalt des Fasses von außen selbst $= 136{,}01$. Cub. Fuße.

Der

Der Inhalt dieses Fasses fällt also wegen der mehr kummpfichten Gestalt seiner Dauben, um 2,59 Cubic-Fuße größer, als der Inhalt des andern von gleichen Dimensionen aus, dessen Dauben aber im Halse etwas hohl gefüget sind.

III. Es bezeichne nun A den Halbmesser, und x die Höhe eines Cylinders, in welchem das Faß gerade stehet; so ist sein cubischer Inhalt

$$\pi . A^2 . x.$$

und es verhält sich deßwegen das Faß von außen zu dem Cylinder, in welchem es gerade stehet, wie

$$1 - \frac{1}{p}\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5} . \frac{1}{p}\right) : 1.$$

Für ein Faß von 5 Stichen ist also dieses Verhältniß,

wie $\frac{328}{375} : 1$; oder wie $328 : 375$;

das ist: das Faß ist $\frac{328}{375}$ des Cylinders, in welchem es stehet.

IV. Ziehet man von dem Faß den Cylinder ab, der gleiche Höhe mit ihm hat, und dessen Durchmesser der Weite des Fasses über seinen Köpfen gleich ist, so bleibt der prismatische Körper übrig, welcher jenen Cylinder umgiebt.

Dieser Körper ist daher gleich

$$\pi . A^2 x . \left(1 - \frac{2}{3}\,\frac{1}{p} + \frac{1}{5p^2}\right) - \pi . \left(\frac{p-1}{p^2}\right)^2 . A^2 . x;$$

oder am schicklichsten zusammengezogen

$$\pi A^2 . \frac{4}{3}\,\frac{1}{p} . \left(1 - \frac{3}{5}\,\frac{1}{p}\right) x.$$

Dieser prismatische Körper hat nun immer ein gewisses Verhältniß zu dem Ring, in welchem er stehet.

Es ist dabey der größere Halbmesser dieses Rings, oder QC in Fig. 2. $= A$, und sein kleiner Halbmesser LQ $= \frac{p-1}{p} \cdot A$; mithin sein körperlicher Inhalt gleich

$$\pi \cdot \left(A^2 - \left(\frac{p-1}{p}\right)^2 \cdot A^2 \cdot\right) \varkappa; \text{ oder } \pi \cdot A^2 \cdot \left(\frac{2p-1}{p^2}\right) \cdot \varkappa.$$

Dieser Ring verhalte sich nun zu dem prismatischen Körper des Fasses, wie $1 : u$; so ist auch

$$u \cdot \pi \cdot A^2 \cdot \left(\frac{2p-1}{p^2}\right) \cdot \varkappa = \pi \cdot A^2 \cdot \frac{4}{3} \frac{1}{p} \left(1 - \frac{3}{5} \frac{1}{p}\right) \cdot \varkappa;$$

mithin der Factor $u = \frac{4}{3} \frac{p}{2p-1} \cdot \left(1 - \frac{3}{5} \frac{1}{p}\right)$.

Für ein Faß von 5 Stich ist dieser Factor

$$u = \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{22}{25} = \frac{440}{675} = 0{,}6518.$$

Für ein Faß von 4 Stich aber ist derselbe $= 0{,}6476$.

Der prismatische Faß-Körper gleichet also für ein Faß von 5. Stichen einem Ring, der gleiche Höhe mit dem Fasse hat, und dessen Breite $= 0{,}65$ oder nicht ganz $\frac{2}{3}$ des halben Unterschieds der Weite des Fasses im Wechsel oder im Bauch, und an seinen Köpfen ist.

§. 7.

Der Faß-Boden.

Die Küfer setzen jeden Boden des Fasses aus Tafeln zusammen, so daß die äußere Fläche des Bodens entweder eben, oder auch nach einem gewissen Lehr-Bogen gekrümmet ist, welche deßwegen gesenkte Böden heißen. §. 1. IV. Dabey richtet sich die Dicke dieser Tafeln zunächst nach dem Inhalt des Fasses, und nach der Senkung, welche man ihnen giebt; es werden die Tafeln überhaupt um so stärker genommen, je mehr die Böden Flüssiges drücket; und es richtet sich außerdem ihre

ihre Dicke insbesondere nach dem Herkommen, dem zufolge man die Böden für das nemliche Faß, da und dorten, dicker oder dünner als anderwärts macht.

So ist z. E. in unsern Gegenden die Dicke des Bodens für ein Faß von 1 Eimer bis 4 Eimer, 1 Zoll; von 5..10 Eimer, 1½..2 Zoll; von 10..20 Eimer, 2..2½ Zoll; von 20..40 Eimer, 2½..3 Zoll.

II. Eben so verhält sichs auch mit der Kymm oder Zarge, welche in die Faß-Dauben eingerissen wird, und in welche nachgehends die Böden an ihrem Rande eingepaßt werden. Kleinere Fässer haben eine schmälere Zarge, als große; und in einer Provinz vor der andern sind schmählere oder breitere Zargen für das nemliche Faß eingeführt. Doch wird selbst für Fässer von 8 Fuß Höhe, die Zarge nicht wohl breiter, als ¾ bis 1 Zoll breit eingerissen; sie ist für Fässer von 2 bis 4 Fuß höchstens ²⁄₇..½ Zoll.

III. Hat der Küfer seinen Boden gerundet, oder ihm überhaupt seine Größe gegeben, nach welcher er in das Faß eingesetzt wird, so behauet er nun die Boden-Tafeln nach dem Umfange in soweit schräge zu, daß sie am Rande die Dicke der Zarge erhalten, in welche sie einpassen müssen; es bekommen unter dieser Behandlung die Böden eine um so breitere Abdachung, je dicker die Boden-Tafeln, und schmähler und tiefer die Zarge ist, und je tiefer der Boden in sie eingepaßt wird. Es gewinnt so der Boden an seiner obern Seite eine runde Scheibe, von welcher aus er schräge nach seinem Umfang zu abfället, oder sein Profil ist das eines gestutzten Kegels; wo die Küfer nicht den ganzen Boden selbst plätten, oder ihm ein krummlinichtes Profil geben, das in seiner Art meistens parabolisch ausfällt.

Es

Es unterliegt der Boden auf jeden Fall dieser Behandlung, er mag eben oder auch gesenkt seyn.

Es stelle nun Fig. 3. den halben Boden eines ovalen Fasses vor; AC = AB sey die kleine, und CG die große halbe Axe des Bodens, der in seiner Mitte um CU = FG gesenket ist, so daß er an seiner äußern Seite in dem Cirkel-Bogen AUB, vom Halbmesser (D) sich verläuft. UD sey die Stärke der Kymm oder der Zarge, wie dieselbe parallel mit der äußern Seite des Bodens gedacht werden kann.

Es sey ferner DE die Dicke des Bodens in seiner Mitte, von welcher er sich nach seinem Umfang, abgeplättet, in einer parabolischen Krümmung verläuft, so daß er in dem Abstand UI = CL von der Mitte noch die Stärke IK hat, während er sich in der Richtung IH oder parallel mit seiner langen Axe CG in der parabolischen Krümme KQM nach der Zarge verläuft. Die Figur stellet also den Boden so vor, wie er außer dem Faß gehoben, seine innere abgeplättete Seite aufwärts kehret: er vermindert, in die Zargen des Fasses eingesetzt, den Inhalt desselben, um so viel, als er selbst mit Inbegriff seiner Senkung Raum einnimmt.

IV. Diesen Raum zu finden, verfahre ich folgendermaßen:

Es bezeichne

der Buchstabe a. die große halbe Axe CG des Bodens
- - - - - b. die kleine - - - - - BC - - - - - -
- - - - - c. die Senkung UC - - - - - -

Auch sey CL = NI = x; LM = IQ = y; IL = QM = z.

Ferner sey die Stärke der Zarge der Faß-Dauben, so wie sie durch den Boden sich verbreitet, oder UW = d; und die Stärke EO = e des Bodens über derselben in der

der Central-Linie EC; in der Ebene durch KL hingegen habe der Boden auf seiner parabolischen Krümme noch die Stärke $KR = f$.

Nach diesen Bezeichnungen lässet sich einmal das Element des Bodens ausdrücken durch

$$(LM.IL + RI.LM + \tfrac{2}{3}.KR.LM).d.CL; \text{ oder}$$

$$(\eta.z + \delta.\eta + \tfrac{2}{3}.\eta.f.)\,dx.$$

Auch ist aus der Gleichung für die Ellipse

$$\eta = \frac{a}{b}.\sqrt{(b^2 - x^2)}.$$

Ziehet man nun NI. parallel mit BC; so ist zuvörderst aus der Gleichung für den Cirkel

$$UN : IN = IN : D. \text{ beynahe; oder}$$

$$c - z : x = x : D; \text{ also } x^2 = (c - z).D.$$

Eben so ist auch

$$UC : BC = BC : D; \text{ oder}$$

$$c : b = b : D; \text{ also } D = b^2 : c \text{ beynahe;}$$

mithin $x^2 = \left(\frac{c-z}{c}\right)b^2$; und hieraus $z = c(b^2 - x^2) : b^2$.

Dieser Ausdruck für z, in das Element der Boden-Senkung substituirt, giebt für dasselbe

$$\eta z dx = \frac{c}{b^2}(b^2 - x^2).\frac{a}{b}.dx.(b^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}; \text{ oder}$$

$$\frac{a.c}{b^3}.dx(b^2 - x^2)^{\frac{3}{2}}.$$

Dessen Integrale ist

$$\frac{ac}{b^3}.\left[\tfrac{1}{4}x(b^2 - x^2)^{\frac{3}{2}} + \tfrac{3}{4}b^2x(b^2 - x^2)^{\frac{1}{2}} + \tfrac{3}{8}.b^4.\text{Arc.Sin}\frac{x}{b}\right]$$

welches für $x = u$ verschwindet.

Setzt man in diesem Ausdruck $x = b$, so giebt das Integrale den Quadranten der Boden-Senkung, mit

$$\tfrac{3}{8}.abc.\tfrac{1}{2}\pi.$$

weil $\text{Arc.Sin}\,\lambda = \tfrac{1}{2}\pi$ ist.

V. Für

V. Für die durch den Boden verlängerte Kymm- oder Zargen-Stärke ist ferner das Element

$$d\eta . dx; \text{ oder}$$

$$\frac{\delta . a}{b} . dx . (b^2 - x^2);$$

wovon das Integrale ist

$$\frac{\delta a}{b} \left(\tfrac{1}{2} x (b^2 - x^2)^{\frac{1}{2}} + \tfrac{1}{2} b^2 . \text{Arc.Sin} \frac{x}{b} . \right)$$

welches auch für $x = o$ verschwindet.

Ist in demselben $x = b$; so ergiebt sich der Inhalt der Boden-Zarge mit

$$\tfrac{1}{4} \pi . a b d.$$

VI. Letztlich ist noch die Paraboloide des Bodens selbst in Rechnung zu bringen.

Denkt man sich nemlich die Parabel EWB über den gesenkten Boden selbst gelegt, und ox parallel AWD gezogen, so ist einmal für den Parammeter (q) der Parabel

$$q . EO = ox^2 = x^2; \text{ und } q . EW = CB^2 = b^2;$$

$$\text{also } EO = \frac{x^2}{q}; \quad q = \frac{b^2}{e}; \text{ und } EO = \frac{x^2 . e}{b^2}.$$

Nun ist ferner

$$KR = EW - EO = e - \frac{x^2 . e}{b^2} = \left(\frac{b^2 - x^2}{b^2} \right) e = f.$$

und die Fläche der Parabel $KHR = \tfrac{2}{3} f . \eta$; mithin das Element des paraboloidischen Körpers

$$\tfrac{2}{3} . \left(\frac{b^2 - x^2}{b^2} \right) e . \frac{a}{b} . dx . (b^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}.$$

Dessen Integrale ist

$$\tfrac{2}{3} . \frac{a e}{b^3} \left[\left(\frac{b^2 - x^2}{4} \right)^{\frac{3}{2}} x + \tfrac{3}{8} b^2 x (b^2 - x^2)^{\frac{1}{2}} + \tfrac{3}{8} b^4 . \text{Arc.Sin} \frac{x}{b} \right].$$

Setzt man in demselben $x = b$; so ist der paraboloidische Quadrant des Faß-Bodens gleich

$$\tfrac{1}{8}\pi . abe.$$

VII. Addiret man die in IV. V. VI. gefundene Werthe in eine Summe, und multipliciret dieselbe mit 4; so ergiebt sich hieraus der cubische Inhalt des ganzen ovalen Faß-Bodens mit

$$\pi . ab . (\tfrac{1}{4}c + \delta + \tfrac{1}{2}e).$$

Für den runden Faß-Boden ist $a = b$; mithin der Inhalt desselben

$$\pi b^2 . (\tfrac{1}{4}c + \delta + \tfrac{1}{2}e);$$

oder er gleichet einem Cylinder, dessen Durchmesser seiner Weite, und dessen Höhe dem Werth der in der Klammer stehenden Glieder gleich ist.

Setzt man $d + e = f$; so ist $\tfrac{1}{2}e = \tfrac{1}{2}(f - d)$; und $d + \tfrac{1}{2}e = \tfrac{1}{2}(d + f)$; und es ist deßwegen auch der Inhalt des runden Bodens

$$\pi . b^2 . (\tfrac{1}{4}c + \tfrac{1}{2}(d + f)) \text{ oder } \tfrac{1}{2}\pi . b^2 . (\tfrac{1}{2}c + d + f).$$

Es sey z. E. die Weite des Bodens 4 Fuß; seine Senkung = 3 Zoll, die Breite der Zarge = $\tfrac{3}{4}$ Zoll, und die ganze Dicke des Bodens in der Mitte $2\tfrac{3}{4}$ Zolle.

Für diesen Boden ist also $b = 2$ Fuß; $c = 3$ Zolle; $c = 2$ Zolle; $f = \tfrac{3}{4}$ Zolle; mithin sein cubischer Inhalt

$$3{,}14154 .. 4 . \tfrac{1}{12}[\tfrac{3}{4} . 3 + \tfrac{1}{2} . (2\tfrac{3}{4} + \tfrac{3}{4})] = 4{,}188 \text{ Cub.Fuße.}$$

Wären beyde Böden des Fasses einander gleich, so würden sie in dem Faß einen Raum von 8,377. Cubic-Fußen einnehmen; es würde in das Faß um so viel mehr Flüssiges gehen, wenn seine Böden ganz eben, und dabey unendlich dünne wären.

Wäre

Wäre der Faß-Boden nicht gesenkt, oder von außen ganz eben, so wäre in dem Ausdruck, $c = o$, mithin sein Inhalt nur noch gleich

$$\frac{1}{2}\pi \cdot b^2 \cdot (d + f);$$

oder 1,8326. Cubic-Fuße.

VIII. Wird das Faß mit einem Cylinder verglichen, der gleichen Inhalt mit ihm hat, so müssen auch die Faß-Böden nach dem Durchmesser dieses Cylinders äquiret werden.

Es sey z. E. dieser Durchmesser $= \beta$. und die Höhe der Scheibe, welche in diesem Cylinder mit dem Faß-Boden gleichen Inhalt hat, bezeichne der Buchstabe δ; so ist

$$\pi \cdot \beta^2 \cdot \delta = \pi \cdot b^2 \cdot [\tfrac{3}{4} c + \tfrac{1}{2}(d + f)]; \text{ mithin}$$

$$\delta = \frac{b^2}{\beta^2} \cdot [\tfrac{3}{4} c + \tfrac{1}{2}(d + f)].$$

§. 8.

Das Faß von innen.

I. Wären die Faß-Dauben, aus welchen das Faß aufgesetzt ist, durchaus von gleicher Dicke, und der Faß-Körper von innen, wie von außen verputzt, oder in seinen Unebenheiten ausgeglichen; so würde das Faß von innen, dem Faß von außen ähnlich seyn!

Wären außerdem die Faß-Böden ebene Scheiben, und beyde senkrecht auf die Axe oder Central-Linie des Fasses eingesetzt; so würde der solide Inhalt des Fasses von innen, seinen solidem Inhalt von außen in gleicher Höhe, nach Abzug der Dauben-Dicke, gleich seyn.

Wenn also der Buchstabe (a) die Weite des Fasses von innen am Bauche, oder seine Spund-Tiefe, und (x) den Abstand einer Zarge von der andern, für die

Spund- und Lager-Daube bezeichnet; so würde unter jenen Voraussetzungen auch sein solider Inhalt sich nach der Formel §. 6. II. berechnen lassen.

$$\pi . a^2 . \varkappa . \left(1 - \frac{1}{p}\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5}\frac{1}{p}\right)\right);$$

oder es würde ein Faß von 5 Stichen, auch $\frac{128}{375}$ §. 6. des Cylinders seyn, dessen Durchmesser der Spund-Tiefe des Fasses und dessen Höhe seiner Höhe gleich ist.

II. Die Voraussetzungen (I.) weichen aber von dem Wirklichen öfters stark ab! Denn einmal nehmen es die Küfer mit der Dicke der Dauben nicht so genau: sie nehmen sie in der Dicke, in welcher die Dauben aus dem Klotz gespalten wurden, wobey manche beträchtlich dicker oder dünner, als die Mehrheit der übrigen ausfällt. Auch werden für die Lager- und Spund-Dauben immer die stärksten genommen; weil erstere das Faß liegend tragen, und letztere den Zapfen oder Spund in sich feste halten muß; sie verputzen außerdem das Faß von innen nicht, wie von außen, so daß deßwegen das Faß von innen, immer einem irregulairen Polygon gleich siehet, dessen Seiten die Dauben abgeben, und die dabey in soweit einen größern oder kleinern Abstand von der Axe des Fasses in jedem Queerschnitt haben, als eine vor der andern dünner oder dicker, als die Mehrheit der übrigen Dauben ist.

Dabey werden ferner die Dauben unter sich um so schlechter gefüget, je weniger Fleiß die Küfer auf das Fügen verwenden: es fallen dadurch öfters die Weiten des Fasses über seinen obern und untern Enden ungleich aus; ja es verliert das Faß selbst seine runde Figur, und artet in einen verdrückten Zirkel aus, wenn seine Dauben so schlecht gefügt sind, daß sie nach ihren Stichen öfters um $\frac{1}{4}$ Stich abweichen; oder wenn wohl gar die Küfer

betrügerischer Weise, die Spund-Daube mit ihren benachbarten auf eine niedrigere Stichzahl, als die übrigen, fügen, um dem Faß eine größere Spund-Tiefe zu verschaffen. Selbst das Antreiben der Reiffe ändert öfters die Figur des Fasses, oder das Faß kann durch das schiefe und ungleichartige Antreiben der Reiffe verbunden werden.

Unter solchen Umständen fällt die eigentliche Weite des Fasses in seiner Mitte, oder seine Spund-Tiefe, um so unsicherer aus, je mehr Irregularitäten sich bey dem Faß vorfinden.

Man findet daher die durch die Figur des Fasses ausgegleichte Spund-Tiefe am schicklichsten, wenn man aus seinem Umfang im Bauche, seine Bauchweite berechnet, und von dieser die ausgegleichte Dauben-Dicke abziehet.

Ein Faß habe z. E. in seinem Bauch den Umfang P, bey m. Stichen. Auch haben von 8 seiner Dauben jede 14 Linien Stärke; 6 andere sind $11\frac{1}{2}$ Linien dick, und andere 6 haben jede 10 Linien.

Für dieses Faß ist also die ausgegleichte Dicke seiner Dauben

$$\frac{8 \cdot 14 + 6 \cdot 11\frac{1}{2} + 6 \cdot 10}{20} = 12 \text{ Linien oder } 1 \text{ Zoll.}$$

Diese Dicke sey überhaupt ε. Zolle; so ist die Spund-Tiefe des Fasses in Zollen

$$\frac{12 \cdot P}{\pi} - 2 \cdot \varepsilon.$$

Wäre $P = 15{,}708$ Fuße; und $\varepsilon = 1$ Zoll; so ist seine Spund-Tiefe in Zollen

$$\frac{15{,}708 \cdot 12}{3{,}14159} - 2{,}0 \,. = 58 \text{ Zolle.}$$

III. Wo

III. Wo man den Umfang des Fasses in seinem Bauche nicht messen kann, lässet sich seine Spund-Tiefe aus seiner Stichzahl, und aus seiner Weite an den Köpfen berechnen.

Es messe z. E. das Faß von m. Stichen an seinem Kopfe = d Zolle; so verhält sich seine Weite über den Köpfen zu der im Bauche, wie m — 1 : m; mithin ist die Bauchweite

$$= \frac{m\,d}{m - 1};$$

wovon nachgehends noch die doppelte Dauben-Dicke abgezogen wird.

Es sey m = 5 Stich; d = 48 Zolle; so ist die Bauchweite

$$\frac{5 \cdot 48}{4} = 60 \text{ Zolle};$$

wovon noch die doppelte Stärke der Dauben abgezogen werden muß.

IV. Man findet ferner die Höhe des Fasses, wenn man den nächsten Abstand der Zargen seiner Spund-Daube abnimmt! Diese Höhe ist von der so genannten Wein-Länge des Fasses verschieden. Man findet diese aus dem Ueberschuß der Höhe des Fasses, über das, was man für den Raum der Faß-Böden abzuziehen für räthlich erachtet.

Kann man z. E. einen Boden zu 2 Zoll Stärke erachten, so siehet man jeden als einen Cylinder von 1 Zoll Stärke an, und ziehet deßwegen, von der gemessenen Höhe des Fasses, für jeden einen Zoll, mithin im Ganzen 2 Zolle ab, und setzt so die Wein-Länge des Fasses

mit (12 . x — 2 .) Zollen an.

Wenn ich nun indessen ein Faß annehme, das keinen gesenkten Boden hat, so ist dieses Verfahren, die

Wein-Länge zu finden, an und für sich schon fehlerhaft. Denn man ziehet hier für jeden Boden einen Cylinder ab, dessen Höhe der halben Stärke des Bodens, und dessen Durchmesser einem Cylinder gleich ist, der mit dem Faß gleichen Inhalt hat. Wäre z. E. der Durchmesser jedes Bodens gerade 4 Fusse, und der Durchmesser des Faßgleichen Cylinders $4\frac{2}{3}$ Fusse, so fehlet man dadurch um einen Ring, dessen Breite

$$\pi \cdot \left(4\frac{2}{3}\right)^2 - \pi \cdot 4^2.$$

und dessen Höhe der halben Boden-Dicke gleich ist.

Hat das Faß gesenkte Böden, so nimmt man gewöhnlich für seine Höhe das Mittel, das sich aus dem Abstand der Zargen seiner Spund- und Seiten-Dauben ergiebt, und ziehet von dieser äquirten Höhe nachgehends die halbe Boden-Dicke ab. Man begehet also nicht nur den vorigen Fehler, sondern nimmt auch den Raum der Boden-Senkung nur überschläglich, oder obenhin.

Alles dessen entübriget man sich, wenn man nach meiner Ansicht der Sachen, bey einem Faß, das keine gesenkte Böden hat, den Abstand der Zargen seiner Spund-Daube nimmt, diesen für die Höhe des Fasses substituirt, das man nun nach derselben berechnet; und nachgehends von dem Resultat der Rechnung noch den Raum, welchen die Böden in dem Faß einnehmen, abziehet.

Hat das Faß einen oder zwey gesenkte Böden, so messe man den nächsten Abstand der Zargen seiner Seiten-Dauben, und ziehe nachgehends den Raum ab, welchen jeder Boden, mit Inbegriff seiner Senkung, in dem Faße einnimmt; oder man kann auch, wenn man den Abstand der Zargen der Spund-Daube gemessen hat, die Senkung noch darzu thun.

Wollte

Wollte man den Abstand der Zargen der Spund-Daube für die Höhe des Fasses gelten lassen, so käme man dabey um den Raum zu kurz, welchen das Flüssige zur Rechten und Linken des Verticalschnitts bey dem gesenkten Boden einnimmt.

Bezeichnet (c) die Senkung eines Bodens, und (b) die halbe Bodenweite; so ist der Inhalt eines Cylinders von dieser Weite und Höhe gleich $\pi . b^2 . c$; wird von diesem der Raum der Senkung mit $\frac{3}{4} . \pi . b^2 . c$. abgezogen, so bleibt jener Raum

$$\text{mit } \tfrac{1}{4}\, \pi\, .\, b^2\, .\, c\, .\ \text{übrig,}$$

welchen man für jeden Boden noch addiren muß, wenn man für die Höhe des Fasses den Abstand der Zargen seiner Spund-Daube nehmen wollte.

Von dieser Seite betrachtet, kommt daher auch rücksichtlich des Raums, welchen die Böden nach ihrer Substanz in dem Fasse einnehmen, in das Resultat für den Inhalt des Fasses eine kleine Ungewißheit; da man die Böden von innen nicht sehen kann. Man kann sie etwas zu dick oder etwas zu dünne schätzen; und für den besondern Umstand gar nicht stehen, der eintritt, wenn der Küfer die Boden-Tafeln nicht gleich stark genommen hätte.

§. 9.

Der Faßgleiche Cylinder.

Vergleichung des Fasses mit dem Cylinder, in welchem es stehet.

I. Nach dem in §. 6. III. construirten allgemeinen Factor, kann man das Verhältniß aufsuchen, welches das Faß zu dem Cylinder hat, in welchem es stehet, wenn man für gegebene Stichzahlen die Werthe in denselben substituirt.

Ich

Ich habe für Stiche, auf welche kumpficht gefügte Fässer §. 4. II. aufgesetzt werden mögen, die Stichzahlen in jenen Factor substituirt, und dadurch folgende Verhältnisse zwischen dem Faß und dem Cylinder, der gleiche Höhe mit ihm hat, und dessen Durchmesser seiner Spund-Tiefe gleich ist, gefunden.

Stich-zahl.	Faß.	Stich-zahl.	Faß.	Stich-zahl.	Faß.
4	84583	9	92840	15	95644
4 ½	86173	10	93534	16	95912
5	87467	11	94045	17	96147
6	89440	12	94583	18	96358
7	91423	13	94990	19	96547
8	91979	14	95204	20	96717
	Der Cylinder zu			100000	

Wenn also bey einem Faß von 4 Stich der Cylinder, dessen Durchmesser seiner Spund-Tiefe und dessen Höhe, der Höhe des Fasses gleich ist, 100000 Theile in sich hält, so begreift das Faß von 4 Stich nur 84583; das von 5 Stich 87467 solcher Theile in sich.

Durchmesser des Faßgleichen Cylinders.

II. Aus dem Verhältniß, welches der Cylinder, in welchem das Faß stehet, zum Fasse selbst hat, lässet sich auch der Faßgleiche Cylinder finden, das ist, jener,

der

der in seinem Durchmesser und gleicher Höhe mit dem Faß auch gleichen Inhalt mit ihm hat.

Es sey im Allgemeinen der Inhalt des Cylinders, in welchem das Faß stehet, zum Faß, wie 100000 : m; und der Halbmesser des Fasses in seinem Spund = A, seine Höhe = $\varkappa$.

Nach dieser Bezeichnung ist einmal jener Cylinder $= \pi . A^2 . \varkappa$; und das Faß $= \pi . A^2 . \varkappa . m : 10000$.

Es sey ferner der Durchmesser des Faßgleichen Cylinders = x, und seine Höhe = $\varkappa$; so ist

$$\pi . x^2 . \varkappa = \pi . A^2 . \varkappa . m : 10000; \text{ also}$$

$$x = A . \sqrt{} . \varkappa . m : 10000.$$

Für ein Faß von 5 Stichen ist m = 87467. (I.); mithin

$$x = A . 0{,}93524 .$$

Ist $A = \frac{5}{2}$ Fuß; so ist der Durchmesser des Faßgleichen Cylinders = 4,6762. Fuße.

Diese Durchmesser finden sich für Fässer von gewöhnlichen Stichzahlen in folgender Tabelle zusammengestellt.

Faß-Stich.	Durch-messer.	Faß-Stich.	Durch-messer.	Faß-Stich.	Durch-messer.
4	0,91969	9	0,96353	15	0,97798
4½	0,92829	10	0,96713	16	0,97935
5	0,93524	11	0,96977	17	0,98055
6	0,94575	12	0,97254	18	0,98162
7	0,95619	13	0,97463	19	0,98258
8	0,95906	14	0,97572	20	0,98345

Multi-

Multiplicirt man für ein Faß von gegebenen Stichen seine Spund-Tiefe mit dem ihm entsprechenden Factor dieser Tabelle, so ergiebt sich in dem Product der Durchmesser des Faßgleichen Cylinders.

Es sey z. E. die Spund-Tiefe eines Fasses von 6. Stichen = a; so ist der Durchmesser des Cylinders, der gleichen Inhalt mit dem Faß hat, gleich

$$a \cdot 0{,}94575 \cdot \text{Fuſſe.}$$

Verhältniß jenes Durchmessers, zum äquirten des Fasses.

III. Dieser Durchmesser ist daher immer etwas grösser, als der zwischen der Weite des Fasses im Bauch und an seinen Köpfen ausgeglichte oder äquirte Durchmesser. Da nun die halbe Weite des Fasses an seinen Köpfen $\frac{p-1}{p}$ A ist, so ist dieser äquirte Halbmesser

$$\text{auch } \tfrac{1}{2}.\left(A + \frac{p-1}{p} A\right) = \left(\frac{2p-1}{p}\right)\tfrac{1}{2} A.$$

a) Zu diesem verhalte sich nun der Halbmesser des Faßgleichen Cylinders, wie $1 : \epsilon$; so ist auch

$$\tfrac{1}{4}\pi . A^2 . \left(\frac{2p-1}{p^2}\right)^2 . \epsilon^2 . \varkappa = \pi . A^2 . \left(1 - \frac{2}{3}\frac{1}{p} + \frac{1}{5p^2}\right)\varkappa.$$

woraus sich ergiebt der Factor

$$\epsilon = \frac{2p}{2p-1} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{2}{3}\frac{1}{p} + \frac{1}{5}\frac{1}{p^2}\right)}.$$

Für ein Faß von 5 Stichen ist also dieser Factor

$$\epsilon = \frac{2 \cdot 5}{10-1} \cdot 0{,}93524 = \frac{9{,}3524}{9} = 1{,}03915.$$

Wenn daher der Durchmesser des Fasses in seiner Mitte 5 Fuß, und über seinen Köpfen 4 Fuß ist; so ist einmal sein äquirter Durchmesser

gleich

gleich $\frac{5+4}{2} = 4\frac{1}{2}$ Fuße;

und der Durchmesser eines Cylinders, der bey gleicher Höhe mit dem Faß auch gleichen Inhalt mit ihm hat,

ist $4\frac{1}{2} \cdot 1{,}03915 = 4{,}67617$. Fuße.

Diese Factoren, mit welchen der äquirte Durchmesser des Fasses multiplicirt wird, sind für die Fässer von folgenden Stich-Zahlen folgende:

Faßstich.	Factor.	Faßstich.	Factor.
4	1,0511	10	1,0180
5	1,0391	12	1,0143
6	1,0317	14	1,0118
7	1,0298	16	1,0109
8	1,0230	18	1,0096
9	1,0202	20	1,0086

Für ein Faß von 4 Stichen ist also der Durchmesser seines Faßgleichen Cylinders = 1,0511 seines äquirten, oder durch seine Spund-Tiefe und Boden-Weite ausgeglichten Durchmessers; da er hingegen für ein Faß von 18. Stichen nur 1,0096. jenes äquirten Durchmessers ist.

b) Diese Factoren fallen für Fässer, deren Dauben aufs fleißigste gefügt, und deßwegen im Halse etwas hohl gestoßen sind, §. 3. II., etwas kleiner aus!

Es ist nemlich für solche Fässer auch nach der Formel §. 6.

$$\frac{1}{4}\pi \cdot \frac{A^2(2p-1)^2 \cdot \varepsilon^2 \cdot \varkappa}{p^3} = \frac{\pi \cdot A^2 \cdot \varkappa \cdot p-1}{\sqrt{2p-1}} \cdot \text{Arc.tang} \frac{\sqrt{2p-1}}{p-1}$$

wor-

woraus sich ergiebt

$$\varepsilon = \frac{2p}{2p-1}\sqrt{\frac{p-1}{\sqrt{2p-1}}}\cdot \text{Arc. tang}\ \frac{\sqrt{2p-1}}{p-1}.$$

Ich habe deßwegen auch für solche Fässer den Werth des Factors ε für die gewöhnlichen Stichzahlen berechnet, und dieselbe in folgende Tabelle zusammengestellt.

Faßstich.	Factor.	Faßstich.	Factor.
4	1,0360	10	1,0145
4½	1,0318	11	1,0143
5	1,0292	12	1,0133
5½	1,0302	13	1,0123
6	1,0253	14	1,0115
7	1,0219	15	1,0101
8	1,0194	16	1,0099
9	1,0175	17	1,0086
		18	1,0078

§. 10.

Der Inhalt des runden Fasses.

I. Nach den bisher construirten Formeln lässet sich nun der solide Inhalt des Fasses berechnen.

Rechnet man zuerst das Faß nach dem Cylinder, in welchem es stehet, so kommt außer seiner Stichzahl, nur seine Spünd-Tiefe und Höhe, neben seinen Böden, in Betracht.

Es

Es sey z. E. für ein Faß von 5 Stichen seine Spund-Tiefe $4\frac{5}{6} = \frac{29}{6}$ Fuße; seine Höhe $7\frac{1}{2}$ Fuß; so ist sein solider Inhalt durch seine ganze Höhe gleich

$$\frac{1}{4}\pi \cdot \left(\frac{29}{6}\right)^2 \frac{15}{2} = 135{,}227 \text{ Cub. Fuße.}$$

Nun verhält sich aber der Cylinder zu dem Faß, das in ihm gerade stehet, für 5 Stiche, wie 10000 : 8746, nach §. 8.; mithin ist

$$10000 : 8746 = 135{,}227 : 118{,}269.$$

Von diesem Inhalt müssen nun noch die Räume abgezogen werden, welche die Böden des Fasses in ihm einnehmen. Diese haben beyde keine Senkung; es ist jeder $3\frac{5}{6}$ Fuß weit, und $2\frac{1}{4}$ Zoll in der Mitte dick, bey einer Stärke der Zarge von $\frac{3}{4}$ Zoll.

Nach diesen Datis ist nun jeder Boden einem Cylinder gleich, dessen Durchmesser $3\frac{5}{6}$ Fuße, und dessen Höhe $\frac{1}{2} \cdot (\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2}) = \frac{13}{8}$ Zollen ist, nach §. 8. VII.; mithin ist der Inhalt beyder Böden

$$\frac{2}{4}\pi \cdot \left(\frac{23}{6}\right)^2 \cdot \frac{13}{8 \cdot 12} = 3{,}12 \text{ Cub. Fuße.}$$

II. Wollte man dieses Faß von 5 Stichen nach seinem Faßgleichen Cylinder berechnen, so ist einmal seine

Spund-Tiefe	= 4° „ 10″
Boden-Weite	= 3 „ 10
	8 „ 8
äquirter	4 „ 4 Durchmesser.

Wird dieser mit dem Factor 1,03915 noch multiplicirt, nach §. 9. III., so ergiebt sich hieraus der Durchmesser des Faßgleichen Cylinders, mit 4,502 Fußen; mithin der Inhalt des Fasses zu

$$\frac{1}{4}\pi \cdot (4{,}502)^2 \cdot \frac{15}{2} \cdot = 118{,}27 \text{ Cub. Fußen;}$$

wovon nachgehends noch seine Böden mit 1,56 Cub. Fußen abgezogen werden.

Hät-

Hätten die Böden eine Senkung von 2 Zollen; so muß, nach §. 8. VII., dem Faß ein Cylinder noch addirt werden, der für jeden Boden

$$\frac{1}{4}\pi \cdot \left(3\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{4} \frac{2}{12}. = 0{,}47 \text{. Cub. Fuße.}$$

Der solide Inhalt dieses Fasses wäre also gleich

$$118{,}27 + 0{,}94 - 3{,}12. = 116{,}09 \text{. Cub. Fuße.}$$

Da mir eben der IIIte Theil von Hrn. Maurus Magolds vortreflichen mathematischen Lehrbuchs zu Handen kam, in welchem derselbe die Maaße von Fässern angiebt, die nachgehends abgeaichet wurden, so wollte ich auch diese nach dem äquirten Cylinder berechnen, und fand für folgende fünf Fässer folgende Resultate:

Faß.	Stich.	Boden Tiefe.	Spund-Tiefe.	Länge.	Inhalt.	nach d. Aich.
IV.	8	14,583 13,958	16,354 Zoll	16,536	73 ¼ Maas	71 ¼
V.	6 ½	13,542	16,25	17,636	74 ½	71 ¼
VI.	6 ½	13,646	16,25	17,421	74 ⅛	71 ¼
VII.	5 ½	23,542	27,813	33,437	425	421
VIII.	6	34,844 35,...	40,677	46,276	1270 ⅕	1274

Die Maaße sind hier Baierische Decimal-Zolle, und die Schenkmaaß enthält 43 solcher Dec. Cubic-Zolle. Die Länge des Fasses wurde einmal in der Mitte, und nachgehends auch nahe an den Dauben gemessen. Die Factoren für das Faß IV. sind also 1,0194; für V. 1,0236; VI. 1,0236; VII. 1,0302; VIII. 1,0253; nach

der

der Tabelle §. 9. III. b. Ob die Böden eine Senkung hatten, bemerkt Hr. Magold nicht.

Wenn ich nun annehme, daß ich bey dieser Art zu rechnen, wo ich die Länge des Fasses äquirte, statt die Böden allein in Anschlag zu bringen, um einen Ring zu viel erhalte, welcher den Ueberschuß des Durchmessers des Faßgleichen Cylinders, über die Boden-Weite, zur Grundfläche hat, §. 8. IV., so erweiset sich aus den Resultaten für diese Fässer so viel, daß ihr Inhalt auf unbedeutende Kleinigkeiten sich ergeben haben würde, wenn diese Fässer gänzlich nach meinen Ansichten hätten berechnet werden können. Daß hier das Faß VIII. etwas weniger in der Rechnung enthält, ist gewiß in der Senkung des Bodens zu suchen, auf welche hier Verzicht gethan wurde.

Für die Fässer I. II. III., welche Hr. Magold dort noch aufführet, hatte er die Maaße anderwärts erhalten; sie scheinen aber nicht so genau, wie die übrigen, abgenommen zu seyn; deßwegen habe ich sie auch nicht in Rechnung genommen.

§. 11.

Die Abweinung des Fasses.

III. Es sey ferner für ein Faß von (p) Stichen seine Spund-Tiefe $= \alpha$; seine Boden-Weite $= \beta$; die Tiefe des Flüssigen im Fasse oder die Wein-Näße $= \delta$, und der Durchmesser des Faßgleichen Cylinders

$$\text{I} \, . \, \tfrac{1}{2} (\alpha + \beta) \, . = \tau.$$

Ist nun die Wein-Näße in der Spundebene $= \delta$, so ist sie an jedem der Boden, in horizontaler Lage des Fasses

$$\text{gleich} \; \delta - \tfrac{1}{2} (\alpha - \beta).$$

Da

Da ferner der Durchmesser des Faßgleichen Cylinders $= \varepsilon . \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$ ist, so ist auch die auf ihn gebrachte adäquirte Wein-Nässe, oder Mittelvölle des Fasses

$$\frac{\varepsilon\delta + \varepsilon(\delta - \frac{1}{2}(\alpha - \beta))}{2} = \varepsilon . (\delta - \frac{1}{4}(\alpha - \beta)).$$

Wird diese auf den Cirkel gebracht, so entspricht dieser Mittelvölle ein Pfeil von (m). theilen, deren der Durchmesser 1000 enthält; und es ist

$$\tau : \varepsilon . (\delta - \frac{1}{4}(\alpha - \beta)) = 1000 : m;$$

$$\text{oder } m = \frac{\delta - \frac{1}{4}(\alpha - \beta)}{\tau} . 1000$$

Es sey die Wein-Nässe in der Spundebene des Fasses §. 10. von 5 Stichen = 20 Zolle, also $\delta = 1\frac{2}{3}$ Fuß; $\alpha = 4\frac{5}{6}$; $\beta = 3\frac{5}{6}$; mithin $\alpha - \beta = 1$. Fuß; und

$$m = \frac{1\frac{2}{3} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{2} . 8\frac{2}{3}} . 1000 = \frac{1\frac{5}{12}}{4\frac{1}{3}} . 1000 = 32{,}7 \text{ Theile.}$$

Nehme ich indessen 33 Theile an, so ist die Fläche des Segments für den Pfeil 33, nach der Cirkelschnitz-Tafel II. Abschnitt §. 12., gleich 28779. Da nun die ganze Kreisfläche 100000, und der Inhalt des Fasses 116. Cub. Fuße ist, so setzt man

100000 : 28779 = 116 : 33,3836. Cub.-Fußen.

§. 12.

Das rundeckichte Faß.

I. Eine Abart der runden Fässer sind die **rundeckichten Fässer!** Bey diesen wird der Setzboden eines runden Fasses, um welchen die Küfer die Dauben aufstellen, in eine gewisse Anzahl gleicher Theile eingetheilt, und die Theilungspunkte durch Linien zusammengezo-

gezogen, so daß der Setzboden immer ein regulaires Vieleck von so viel Seiten vorstellet, als der Kreis in Theile abgetheilt worden ist.

Für das sechseckichte Faß stellet Fig. 4. seinen Setzboden vor, dessen Seiten, die Seiten eines Sechsecks vom Halbmesser AC sind; ihre Halbirung giebt die Seite des 12 Ecks, dessen fernere Bisection das 24 Eck, u. s. w. abgiebt.

Dabey wird das sechseckichte Faß aus sechs Dauben aufgesetzt, deren jede in ihrer Mitte die Breite AB hat, welche der Seite des Sechsecks für seinen Halbmesser AC zukommt; und übrigens wie die Dauben eines runden Fasses nach ihrer Stichzahl gefügt wird. Für ein Faß von (m) Stichen verhält sich daher auch die Seite der Daube in ihrer Mitte, zu ihrer Seite an ihren Enden, Köpfen, oder Fröschen, wie m : m — 1; und eben so verhält sich auch der Halbmesser des Fasses in seinem Bauche, zu seinem Halbmesser an den Köpfen. Eben so wird das 12 eckichte Faß aus 12 gleich breiten Dauben, das 24 eckichte aus 24 gleich breiten Dauben aufgesetzt, u. s. w. Weniger als Sechsecke aber kann ein dergleichen Faß nicht haben, weil seine Dauben sonst zu breit werden müßten.

Ueberhaupt findet diese Abart der Fässer in jedem Halbmesser, ihre Gränze in der Breite ihrer Dauben! Es können die Küfer jenes nicht mehr aufsetzen, dessen Dauben breiter werden müßten, als daß sie nach ihrer Steiffe der Länge nach sich nicht mehr krümmen liessen; sie können eben so ein Faß nicht auf mehr Ecken aufsetzen, daß die Dauben so schmal würden, daß sie nach ihrer breiten Seite sich krümmen, mithin das Faß statt eckicht, vielmehr rund werden müßte.

Auf

Auf jeden Fall ist daher die Solidität, oder der Cubische Inhalt des eckicht runden Fasses immer kleiner, als des runden, von gleichem Halbmesser und Höhe; und es verhält sich insbesondere der Inhalt des runden Fasses zu dem eckichten, von gleichem Halbmesser, Höhe und Stichzahl, wie die Fläche seines auf die Axe senkrechten Schnittes, durch seinen Bauch, zu dem Polygon, das in demselben stehet.

Für das sechseckichte Faß verhält sich der Inhalt des runden Fasses, zu dem Inhalt des Sechseckichten, wie die Fläche des Kreises vom Halbmesser AC in Fig. 6. zu der Fläche, des in diesem Kreise stehenden Sechsecks.

Um die Formel für den Inhalt rundeckichter Fässer zu construiren, nehme ich an: es sey in Fig. 4. AB die Seite eines Fasses von (n) Ecken, für den Halbmesser $AC = A$.

Für ein solches Faß ist nun einmal der Center-Winkel

$$ACB = \frac{360}{n} = \psi; \text{ und}$$

$$DB = A . \text{Sin } \tfrac{1}{2} \psi; \quad DC = A . \text{Cos } \tfrac{1}{2} \psi;$$

mithin die Fläche des n Ecks selbst

$$n . DB . DC = n . A^2 . \text{Sin } \tfrac{1}{2} \psi . \text{Cos } \tfrac{1}{2} \psi;$$

und die Cirkel-Fläche des n Ecks ist

$$\pi . A^2 .$$

Bezeichnet nun C. den Inhalt des runden, und E des eckichten Fasses von gleichen Dimensionen, so ist

$$C : E = \pi . A^2 : n . A^2 . \text{Sin } \tfrac{1}{2} \psi . \text{Cos } \tfrac{1}{2} \psi; \text{ oder}$$

$$E = \frac{n . \text{Sin } \tfrac{1}{2} \psi . \text{Cos } \tfrac{1}{2} \psi .}{\pi} C.$$

Dieser

Dieser Factor hat für folgende Ecke beystehende Werthe.

Eck.	Factor.	Eck.	Factor.
6	0,82699	14	0,96626
8	0,90032	16	0,97450
10	0,93550	18	0,97982
12	0,95493	20	0,98363

Nach §. 10. II. war der Inhalt des runden Fasses 116,09 Cub. Fuße = C. Wäre nun dies Faß 8 eckicht aufgesetzt, so würde sein Inhalt seyn

$$0{,}90032 \,.\, 116 = 104{,}437 \text{ Cub.Fuße.}$$

II. Für das rundeckichte Faß ist ferner auch

$$DC = A \,.\, \mathrm{Cos}\, \tfrac{1}{2}\psi; \quad ED = 2A \,.\, \mathrm{Cos}\, \tfrac{1}{2}\psi.$$

Wäre nun die Spund-Tiefe ED des Fasses = a. Fuße gemessen worden, so ist auch

$$2A \,.\, \mathrm{Cos}\, \tfrac{1}{2}\psi = a; \quad 2A = \frac{a}{\mathrm{Cos}\, \tfrac{1}{2}\psi} = FG;$$

aus welcher Gleichung deßwegen der Durchmesser des runden Fasses berechnet werden kann.

Nun ist für ein Faß von 6 Ecken $\psi = \frac{360}{6} = 60$; $\frac{1}{2}\psi = 30$.

$$\text{also } FG = \frac{a}{\mathrm{Cos}\, 30} = \frac{a}{0{,}8660} = a \,.\, 1{,}1547.$$

Ueberhaupt aber lassen sich die Durchmesser rundeckichter Fässer aus folgender Tabelle übersehen.

Eck.	Durchmesser.	Eck.	Durchmesser.
6	1,1547	14	1,0260
8	1,0824	16	1,0172
10	1,0515	18	1,0154
12	1,0360	20	1,0124

Wenn daher bey einem 18 eckichten Faß die Spund-Tiefe zu $4\frac{1}{2}$ Fuß gemessen wurde, so würde die Spund-Tiefe für das runde Faß seyn

$$1,0154 \cdot 4\tfrac{1}{2} = 4,5693.$$

Wenn man daher dieses Faß nach §. 10. durch seine Spund-Tiefe berechnen wollte, so müßte man zuvörderst die gemessene Spund-Tiefe auf die des runden Fasses bringen; nach der letztern das Faß berechnen, und am Ende das Resultat der Rechnung noch mit dem Factor in (I.) 0,97982. multipliciren.

§. 13.

Das ovalrunde Faß.

Construction des Grundrisses.

I. Das ovalrunde Faß Fig. 5. unterscheidet sich einmal von dem runden Faß dadurch, daß seine Weite AB vom Spund zum Grund größer, als seine Bauch- oder Seitenweite ab ist. Außerdem werden seine Dauben auch gerne von den Küfern nach zweyerley Stichmödeln gefüget; indem die Küfer die Dauben, welche um A.R.R und QBP das Gewölb des Fasses formiren, meistens auf eine niedrigere Stichzahl, z. E. auf

halb

halb so viel Stiche, als die Seiten-Dauben, fügen, welche die Seiten RQ,,RP des Fasses constituiren, um dem Faß ein schöneres Gewölb zu verschaffen.

Es setzet übrigens der Küfer sämmtliche für das ovale Faß gefügte Dauben in dem Setz- oder Wechselreiff, oder auch um den Setzboden herum; und verfähret bey Aufreissung des Setzbodens folgendermassen.

Will der Küfer den Setzreiff für ein Faß von p. Stichen aufreissen, so theilet er die Länge der Spund- oder Lager-Daube in eine gewisse Anzahl gleicher Theile, z. E. in (μ) Theile ab, und nimmt von diesen (ν) Theile für den Durchmesser eines Kreises an, welchen er in (p.) gleiche Theile abtheilet. Ein solcher Theil giebt nun den Grundstich des Fasses an, und wird auf der Linie AB Fig. 8. gerade ($\frac{1}{2}$p) mal umgeschlagen, die nun die lange Axe des Setzreiffs abgiebt.

Wo die Küfer die Weite AB des Fasses vom Spund zum Grund, gerade der Spund- oder Lager-Daube gleich machen, cessiret diese Eintheilung an und für sich; auf jeden Fall aber theilen die Küfer die lange Axe AB für ein Faß von (p) Stichen in $\frac{1}{2}$ p—1. gleiche Theile; und es ist ein solcher Theil AD = CB der Halbmesser des Gewölbs; und $\frac{1}{2}$ p—2 der Halbmesser AC = FI = EI, Halbmesser der Seiten des Fasses.

Für ein Faß von 18 Stichen theilet daher der Küfer die lange Axe AD des Setzbodens in $\frac{1}{2}$.18—1 oder 8 gleiche Theile; reisset mit einem solchen Theil AD = CB Cirkelbögen; setzet den unverrückten Cirkel in A ein, und schneidet den Punct F und G, und aus B die Puncte E und H ab. Oeffnet nun den Cirkel von A bis C auf 7 Theile, setzet ihn unverrückt in F und E, und schneidet

den Punct I, und aus H und G den Punct K; so sind beyde Puncte I und K die Mittelpuncte der Seiten des Fasses, aus welchen nachgehends zu Completirung des Ovals die Bögen FME und GOH gerissen werden.

Je höher demnach die Stichzahl des Fasses ist, um so kürzer fällt seine kurze Axe MO in Vergleich mit seiner langen Axe AB aus.

Auch hat dieß Oval die besondere Eigenschaft, daß, wenn man für ein Faß von p. Stichen seinen Umfang in $p+3$ gleiche Theile eintheilet, und von diesen Theilen $\frac{1}{2}p$ auf eine gerade Linie träget, diese Linie beynahe der langen Axe des Fasses gleich kommt.

Die Axen des ovalen Faß-Risses.

II. Es bezeichne nun der Buchstabe D. die Tiefe des ovalen Fasses vom Spund zum Grund, oder die Linie AB, in Fig. 5. u. 6.; d bezeichne die mit jener gleichartigen langen Axe des Faßbodens CD; R bezeichne die halbe kleine Axe MN des Fasses im Bauche, Fig. 8., und R′ die halbe kleine Axe MN des Faßbodens in Fig. 9.

Nach den bisher angeführten Eigenschaften des Faß-Risses oder Setzreiffs ist nun einmal in Fig. 8.

$$AD = \frac{D}{\frac{1}{2}p - 1} = r.$$

Es ist ferner $AL = KB = \frac{1}{2} AD$; und

$$FE = AB - (AL + BK) = AB - AD.$$

Da nun $FE = FI = EI$, oder dem Halbmesser der Seiten des Fasses gleich ist, so ist auch

$$FI = D - \frac{D}{\frac{1}{2}p - 1} = \frac{\frac{1}{2}p - 2}{\frac{1}{2}p - 1} . D.$$

Auch

Auch ist $FI : FU = DI : DN$; also

$$DN = \tfrac{1}{2} DI; \text{ und}$$

$$NI = \sqrt{(DI^2 - DN^2)} = \tfrac{1}{2} DI . \sqrt{3}.$$

Ferner ist $MN = FI - NI = FI - \tfrac{1}{2} DI . \sqrt{3} . = R$;

oder $R = FI - \tfrac{1}{2} (FI - AD . \sqrt{3}$.

$$R = FI (1 - \tfrac{1}{2}\sqrt{3}) + \tfrac{1}{2} AD . \sqrt{3}.$$

$$R = 0{,}1339746 . FI + 0{,}8660254 . AD; \text{ oder}$$

$$R = \frac{D}{\frac{1}{2} p - 1} . (0{,}134 (\tfrac{1}{2} p - 2) + 0{,}866).$$

Eben so ist auch

$$R = \frac{D}{\frac{1}{2} p - 1} . ((\tfrac{1}{2} p - 2) - \tfrac{1}{2} (\tfrac{1}{2} p - 3)\sqrt{3}).$$

a) Für ein ovales Faß von 18 Stichen ist $p = 18$; und ein Faß von 8 Stichen ist das erste, welches als Oval aufgesetzt wird; oder es fangen sich die ovalen Fässer mit 8 Stichen an, und enden gewöhnlich mit 20 Stichen; während die übrigen, zwischen diese Gränzen hineinfallenden, immer in Zahlen fortlaufen, die sich bisectiren lassen; z. E. von 8. 10. 12. 14. 16. 18. 20. Stichen.

Für $p = 18$. Stich ist also

$$R. = \frac{D}{8} . (0{,}134 . 7 + 0{,}866) = \tfrac{1}{8} D . 1{,}804 . = MN$$

in Fig. 8.

b) Bey dem ovalen Fasse verhält sich ferner in seinem Setzboden, Setzreiff, Faßriß, immer seine lange Axe vom Spund zum Grund, zu der Weite seiner Seiten,

wie $\tfrac{1}{2}p - 1 : 2 [0{,}134 (\tfrac{1}{2}p - 2) + 0{,}866.]$ nach (II.)

Ich

Ich habe dieses Verhältniß für die gewöhnlichen ovalen Fässer berechnet, und in folgender Tabelle zusammengestellt.

Grund-stich.	Seiten-weite.	Grund-stich.	Seiten-weite.
8	0,7560	16	0,4772
10	0,6340	18	0,4510
12	0,5624	20	0,4308
14	0,5120	22	0,4144
	lange Axe = 10000		

Wenn daher bey einem ovalen Faß von 20 Stichen, die Weite vom Spund zum Grunde 8 Fuße mißt, so ist die kurze Axe seines Faßrisses, oder seine Seitenweite

$$8 \,.\, 0{,}4308 = 3{,}4464. \text{ Fuße.}$$

c) Vergleichet man die Ovale des Faßrisses mit einer Ellipse von gleicher langen und kurzen Axe, so findet man, daß beyde differiren.

Es läuft für Fässer von kleinen Stichzahlen die Ellipse anfänglich schmähler, als die Ovale, zu; für Fässer von hohen Stichzahlen aber bleibt die Ellipse merklich breiter, als die Ovale für gleiche Abscissen und Ordinaten.

Ich habe für die Gränzen ovaler Fässer, nemlich für Fässer von 8 und 20 Stichen, die Ordinaten für $\frac{1}{2}$ Stich, oder die Linie FL für die Abscisse AL in Fig. 8., für die Ovale, und auch für die Ellipse berechnet, und folgen-

folgende Resultate gefunden, für eine lange Axe von 8 Fußen.

8 Stiche Ovale = 2,3094 . Ellipse . 2,2538.
20 Stiche - - - - 0,7698 . - - - - 0,7893.

Es ist daher für die Ovale von 8 Stichen, bey einer langen Axe von 8 Fußen, die Ordinate der Ellipse um 0,0556 Fuße kleiner; für ein sehr ablanges Oval von 20 Stichen aber bey der nemlichen Axe, ist die Ordinate der Ellipse um 0,0195 größer, als die ihr entsprechende Ordinate der Ovale.

Die Fläche des ovalen Setzbodens.

III. Nach Fig. 6. ist die halbe Fläche des Setzbodens, Setzreiffs oder Grundrisses des ovalen Fasses, oder seiner Ebene durch den Spund, gleich

$$\tfrac{1}{6}\pi . FI^2 - \tfrac{1}{2}DC . NI + \frac{2\pi}{6} AD^2.$$

Nun ist aber $FI = \dfrac{\frac{1}{2}p-2}{\frac{1}{2}p-1} . D$; und $AD = \dfrac{D}{\frac{1}{2}p-1}$;

nach (II.); auch ist $DC = DI = FI - FD = \dfrac{\frac{1}{2}p-3}{\frac{1}{2}p-1} . D$;
und $NI = \tfrac{1}{2} DI . \sqrt{3}$.

Werden diese Werthe in obigen Ausdruck substituirt, so ergiebt sich die Fläche des Ovals mit

$$\tfrac{2}{6}\pi . \frac{(\frac{1}{2}p-2)^2}{(\frac{1}{2}p-1)^2} . D^2 + \frac{D^2}{(\frac{1}{2}p-1)^2} - \tfrac{2}{4} \frac{D^2}{(\frac{1}{2}p-1)^2} \overline{\tfrac{1}{2}p-3)^2} . \sqrt{3}.$$

welcher Ausdruck, näher zusammengezogen, folgenden für die Fläche der Ovale constituirt:

$$\frac{2 . D^2}{(\frac{1}{2}p-1)^2} . \left[\tfrac{1}{6}\pi\left((\tfrac{1}{2}p-2)^2 + 2\right) - \tfrac{1}{4} . (\tfrac{1}{2}p-3)^2 . \sqrt{3}\right].$$

für

Für ein Oval von 8 Stichen wäre daher seine Fläche folgende:

$\frac{2}{9}.(3,14159 - 0,4330)D^2 = 0,6018.D^2$; oder 38,514 Quadrat-Fuße, wenn die lange Axe, oder $D = 8$ Fuße ist.

Ich habe die Factoren der gewöhnlichen ovalrunden Fässer nach dieser Formel berechnet, und folgende Resultate gefunden:

Stichzahl.	Factor.	Stichzahl.	Factor.
8	0,6018	16	0,3703
10	0,5034	18	0,3473
12	0,4422	20	0,3294
14	0,4005		

Vergleichung des ovalen Bodens mit dem Rectangulo, in welchem er stehet.

IV. Bezeichnet D die Länge, und R die halbe kurze Axe des Ovals, so ist einmal die Fläche des Rectanguli, in welchem die Ovale gerade stehet,

$$2.R.D.$$

Substituiret man in diesen Ausdruck den Werth von R aus (II.), so ist das Rectangulum gleich

$$\frac{2D}{\frac{1}{2}p-1}.\left(\tfrac{1}{2}p-2-\tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}p-3)\sqrt{3}\right).$$

Und es verhält sich daher das Rectangulum, zu der in ihm stehenden Ovale, wie

$$1 : \tfrac{1}{8}\pi\frac{((\frac{1}{2}p-2)^2+2)-\frac{1}{4}(\frac{1}{2}p-3)^2.\sqrt{3}}{\frac{1}{2}p-1.}$$

Für

Für ein Faß von 8 Stichen verhält sich also sein Rectangulum zu der in ihm stehenden Ovale, wie

$$7560 : 6018 = 1 : 0{,}79603.$$

Wäre daher die lange Axe des Ovales $= \alpha$, und die kurze $= \beta$, so wäre die Fläche des Ovals

$$\alpha . \beta . 0{,}79603 = S.$$

Ueberhaupt aber ergiebt sich das Verhältniß der Ovale zu seinem Parallelogramm, für folgende Stichzahlen, folgendermaßen:

Stichzahl.	Factor.	Stichzahl.	Factor.
8	0,79600	16	0,77599
10	0,79401	18	0,76936
12	0,78627	20	0,76462
14	0,78223		

Das ovalrunde Faß an seinen Köpfen.

V. Es stelle nun Fig. 7. den Umfang des ovalen Fasses an seinen Köpfen vor! Es ist allda seine lange Axe ab = d; und seine kurze mo; auch seyen die Dauben seines Gewölbs in (q) Stiche, seine Seiten-Dauben in z Stiche gefügt; wo also z die Stichzahl, in welche die Seiten-Dauben gefügt sind, das (p) aber den Stich des Setzbodens bedeutet.

a) Nach dieser Fügung der Dauben ist nun einmal die lange Axe über den Köpfen des Fasses, um die Spitzung seines Gewölbes auf beyden Seiten, kürzer, als

als seine lange Axe durch den Spund zum Grund, oder sie ist um $\frac{2}{q}$. BC oder $\frac{2}{q}$ r in Fig. 8. kürzer. Da nun $r = \frac{D}{\frac{1}{2}p - 1}$ ist, nach (II.); so ist auch

$$d = D - \frac{2}{q} r = D\left(1 - \frac{2}{q} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}p - 1}\right) = ab \text{ in Fig. 9.}$$

$$\text{mithin auch } D = \frac{d}{1 - \frac{2}{q} \frac{1}{\frac{1}{2}p - 1}}.$$

wornach aus der langen Axe des Bodens, auch die lange Axe durch den Spund gefunden werden kann.

b) Bezeichnet indessen der Buchstabe A. den Halbmesser MI in Fig. 8. der Seiten-Dauben des Fasses, die auf (z) Stiche gefügt sind; so ist auch die kurze halbe Axe mn des ovalen Fasses über seinen Köpfen, um $\frac{1}{z}$ A kürzer, als die kurze Axe MN = R. in der Ebene durch seinen Spund; oder es ist

$$mn = R - \frac{1}{z} A. \text{ in Fig. 9.}$$

$$\text{Nun ist } A = \left(\frac{\frac{1}{2}z - 2}{\frac{1}{2}z - 1}\right) D; \text{ nach (II.); mithin}$$

$$mn = R - \frac{1}{z} \frac{\frac{1}{2}z - 2}{\frac{1}{2}p - 1} . D.$$

c) Bezeichnet man die kurze Axe des Fasses in seiner Spundebene mit B, und die ihr correspondirende kurze Axe an den Köpfen mit b; so ist auch

$$b = B - \frac{2}{z} \cdot \frac{\frac{1}{2}p - 2}{\frac{1}{2}p - 1} . D;$$

und hieraus ferner

$$B = b + \frac{2}{z} \cdot \frac{\frac{1}{2}p - 2}{\frac{1}{2}p - 1} . D;$$

nach

nach welchem Ausdruck die kurze Axe der Spundebene, aus der kurzen Axe über den Köpfen, gefunden werden kann.

Ziehet man von dieser die doppelte ausgeglichte Dauben-Dicke ab, so ergiebt sich aus dem Ueberschuß die Seitenweite des Fasses im Lichten, oder von innen.

d) Was ferner das Parallelogramm fghe in Fig. 9. anbelangt, so ist einmal für seine lange Seite fe, fi = ei = fe; und

$$FI : fi = z : z-1; \text{ mithin } fi = \frac{z-1}{z} . FI;$$

$$\text{oder } fi = \frac{z-1}{z} . \frac{\frac{1}{2}p-2}{\frac{1}{2}p-1} . D. = mi.$$

Es ist ferner seine halbe schmahle Seite oder

$$fl = vn = mn - mv. = R - \frac{1}{z} A - mv.$$

Auch ist $mv = mi - vi$; und $vi = \frac{1}{2} mi . \sqrt{3}$;

mithin $mv = mi (1 - \frac{1}{2}\sqrt{3}) = 0{,}134 . mi$; und

$$vn = mn - 0{,}134\, mi; \text{ oder}$$

$$mv = R - \frac{1}{z}(1 + 0{,}134\,(p-1)) . A.$$

Substituiret man in diesem Ausdruck den Werth von R aus (II.); so ergiebt sich hieraus die schmahle Seite des Parallelogramms,

$$\text{oder } fg = \frac{D}{\frac{1}{2}p-1}\left(1 - \frac{1}{p}(\tfrac{1}{2}p-2)\right)\sqrt{3}.$$

Wird diese in die lange Seite fi multiplicirt, so drücket sich der Flächen-Inhalt des Parallelogramms aus, durch das Product

$$fi . fg = \frac{D^2}{(\frac{1}{2}p-1)^2}\left(1 - \frac{1}{p}(\tfrac{1}{2}p-2)\right)\frac{z-1}{z}(\tfrac{1}{2}p-2)\sqrt{3}.$$

§. 14.

§. 14.

Der Inhalt des ovalrunden Fasses.

I. Wenn es nun darauf ankommt, den Inhalt des ovalrunden Fasses zu berechnen; so kann man hiezu verschiedene Wege einschlagen.

Man kann nemlich einmal nach Fig. 5. das Parallelopipedon LNOM „ GIHK berechnen, und zu diesem die Seiten-Segmente LNRQGI und MORPHK, mit den beyden Gewölb-Segmenten NOBQBPIFK und CLM.ARREGK addiren, welche sämmtlich das Faß constituiren.

Statt dessen stelle ferner in Fig. 8. die Ovale ABOM die Spundebene des Fasses von innen, und abmo den Faßboden des Fasses vor.

Multipliciret man die Fläche des Faßbodens in die Höhe des Fasses, so constituiret sich ein ovaler prismatischer Körper, der von dem ganzen Faß abgezogen, nach Ansicht §. 6. IV. einen pyramidalen Körper übrig läßt, dessen Spitze sich in die beyden Faßböden verläuft, und dessen mittlerer senkrechter Queerschnitt der Unterschied der beyden Flächen in Fig. 8. ist.

Dieser Flächen-Schnitt aber integiret sich aus den Segmenten FfEe und GgHh, und aus den Segmenten EeHh und GgFf, von welchen erstere einem Center-Winkel von 60, letztere aber einem Center-Winkel von 120 Graden zugehören.

Es bezeichne nun A. den Halbmesser FI. der Seiten des Fasses in seiner Spund-Ebene, so ist nach der Ansicht

sicht §. 6. IV. das Segment über FfEe, oder ein Seiten-Segment des Fasses,

$$\tfrac{1}{6}\pi . A^2 . \left[\tfrac{4}{3} \tfrac{1}{2}\left(1 - \tfrac{3}{5}\tfrac{1}{2}\right)\right] . \varkappa .$$

Bezeichnet nunmehr der Buchstabe D. die Spund-Tiefe des Fasses von innen; so ist auch

$$A = \frac{\tfrac{1}{2}p - 2}{\tfrac{1}{2}p - 1} . D . \text{ nach §. 13. II.}$$

und es ist nach dieser Bezeichnung auch das Segment des Gewölbes über EeHh gleich

$$\tfrac{1}{3}\pi . \frac{D^2 .}{(\tfrac{1}{2}p - 1)^2}\left(\tfrac{4}{3} . \tfrac{1}{9} . \left(1 - \tfrac{3}{5}\tfrac{1}{9}\right).\right)\varkappa .$$

Nun sey ferner die lange Axe des Faßbodens $= d$, und seine kurze Axe $= \delta$; auch verhalte sich das Parallelogramm des Bodens zu seiner Ovale, wie $1 : \mu$, nach §. 13. IV.; so ist einmal der cubische Inhalt des ovalen prismatischen Körpers, dessen Grundfläche dem Faßboden, und dessen Höhe der Höhe des Fasses gleich ist,

$$\mu . \delta . d . \varkappa .$$

Werden zu diesem noch die Seiten- und Gewölb-Segmente addiret, so ergiebt sich der Inhalt des ovalrunden Fasses durch folgenden Ausdruck:

$$\mu . d . \delta . \varkappa + \tfrac{4}{9}\pi . \frac{D^2}{(\tfrac{1}{2}p - 1)^2}\left[(\tfrac{1}{2}p - 2)^2 \tfrac{1}{2}\left(1 - \tfrac{3}{5}\tfrac{1}{2}\right) + \tfrac{2}{9}\left(1 - \tfrac{3}{5}\tfrac{1}{9}\right)\right]\varkappa .$$

Wären die Dauben der Gewölbe des Fasses auf gleiche Stichzahl mit den Seiten-Dauben gefügt, welches aber der seltenste Fall ist, weil ein solches Faß sich nicht schön bindet, so ist der Inhalt des Fasses gleich

$$\mu . d . \delta . \varkappa + \tfrac{4}{9}\pi . \frac{D^2}{(\tfrac{1}{2}p - 1)^2} . \left(\tfrac{1}{2}\left(1 - \tfrac{3}{5}\tfrac{1}{2}\right)\right)\left((\tfrac{1}{2}p - 2)^2 + 2\right)\varkappa .$$

Es

Es sey z. E. für ein ovalrundes Faß seine Spund-Tiefe im Lichten oder $D = 8$ Fuße; die lange Axe seiner Böden $d = 6\frac{2}{3}$; die kurze Axe $\delta = 4{,}7148$; die Höhe des Fasses $\varkappa = 8$ Fuße; während seine Seiten-Dauben auch auf $z = p = 8$ Stiche, und seine Gewölb-Dauben auf $q = 4$ Stiche gefügt sind.

Für dieses Faß von 8 Stichen ist also der Factor $\mu = 0{,}7960$, nach §. 13. IV.; es ist mithin die Fläche seiner Böden $= 0{,}796 \,.\, 6\frac{2}{3} \,.\, 4{,}7148 = 2502$ Quadrat-Fuße; also der Inhalt des ovalprismatischen Körpers, dessen Grundfläche der äquirte Faßboden ist,

gleich $25{,}02 \,.\, 8 = 200{,}16$ Cub. Fuße.

Es ist ferner der Inhalt der 4 Segmente des Fasses gleich

$$\frac{4}{9}\pi \cdot \frac{64}{9} \cdot \left(\frac{4}{8} \cdot \frac{37}{40} + \frac{4}{8} \cdot \frac{34}{40}\right) 8 = \frac{79{,}39 \cdot 71}{80} = 70{,}4586;$$

folglich der Inhalt des ovalrunden Fasses gleich

$$\begin{array}{r} 200{,}16 \\ 70{,}458 \\ \hline 270{,}618 \end{array} \text{ Cub. Fuße;}$$

wovon noch der Raum, welchen die beyden Böden im Fasse einnehmen, abgezogen werden muß; nach §. 10. I.

Es sey z. E. die Zargen-Dicke eines Boden $= \frac{3}{4}$ Zolle, und der Boden im Ganzen selbst $2\frac{1}{2}$ Zolle dick; so ist nach §. 10. seine äquirte Stärke $= \frac{1}{2} \cdot (\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2}) = \frac{13}{8}$ Zolle $= \frac{13}{96}$ Fuße; mithin der Inhalt des Bodens $25{,}02 \times \frac{13}{96} = 3{,}39$. Cub. Fuße. Es ist also der Inhalt des Fasses $= 270 - 2 \,.\, 3{,}39 = 263{,}837$ Cub. Fuße.

Bey diesem Faß ist also sein Grund-Cirkel in $p = 8$ gleich getheilt, und seine Seiten-Dauben sind nach einem Stichmodel von 8 Stichen gefügt: es würde daher das Faß weniger in sich halten, wenn seine Seiten-Dauben

ben statt auf 8, wirklich in 10 oder 12 Stiche gefügt worden wären. Meistens werden ovale Fässer, wenn sie besonders zu Schiffe gebracht werden, oder wo sonst der Raum mangelt, in ihren Seiten-Dauben auf sehr hohe Stichzahlen gefügt.

II. Ich denke mir nun einen ovalprismatischen Körper, der mit dem Faß gleiche Höhe hat, und dessen ovale Grundfläche der ovalen Spundebene des Fasses, oder seines Setzbodens ganz ähnlich ist.

Hat dieses Körpers lange und kurze Axe seiner Grundfläche, eine gewisse Länge oder Größe, so kann er für das ovale Faß eben so gut, wie in §. 9. der Cylinder für das runde Faß, substituirt werden; und es lässet sich von diesem Körper eine ähnliche Regel, wie dort vom Cylinder, auch für das ovale Faß ableiten.

Es sey z. E. die Spund-Tiefe des Fasses $= a$; seine Boden-Axe $= b$; und die Fläche des Parallelogramms verhalte sich zur ovalen Grundfläche dieses Körpers, wie $1 : \mu$.

Nach dieser Bezeichnung ist nun einmal die ausgegleichte Axe des Fasses $= \frac{1}{2}(a+b)$.

Zu diesen verhalte sich ferner die lange Axe des Ovals, des Faßgleichen ovalprismatischen Körpers, wie $1 : v$; wo also (v) immer eine Zahl vorstellet, die etwas größer als Eins ist. Unter dieser Bedingung ist also die lange Axe jenes ovalprismatischen Körpers gleich $v . \frac{1}{2}(a+b)$; mithin seine Grundfläche $= v^2 . \frac{1}{4}(a+b)^2$; und sein Inhalt

$$\frac{1}{4} v^2 . (a+b)^2 . \mu . x;$$

in welchem Ausdruck für μ, die in §. 13. III. angesetzte Zahlen substituirt werden, je nachdem der Grundstich des Fasses 8„ 10„ 12 . . . ist.

Es

Es ist ferner in diesem Ausdruck der Werth von (v) zunächst mit den Stichen in Beziehung, auf welche die Seiten- und Gewölb-Dauben des Fasses gefügt sind; er ist um so größer, und um so kleiner, je kleiner und höher die Stich-Zahlen der Seiten- und Gewölb-Dauben sind.

Ich habe deßwegen mehrere ovale Fässer berechnet, und gefunden, daß man für den Werth von (v), das Mittel füglich annehmen könne, zwischen den Factoren, die in §. 9. III. für runde Fässer aufgestellt worden sind, deren Dauben auf die Stich-Zahlen der Seiten- und Gewölb-Dauben des ovalen Fasses, gefüget sind.

Für das Faß in (I.) ist z. E. $a = 8$ Fuße; $b = 6\frac{2}{3}$ Fuße; die Höhe $\varkappa = 8$ Fuße; auch sind seine Seiten-Dauben in 8 und seine Gewölb-Dauben in 4 Stiche gefügt; für welche Stich-Zahlen in §. 9. III. b. die Factoren 1,0194 und 1,0360 angesetzt sind.

Für dieses Faß ist also einmal seine mittlere Axe

$$\text{gleich } \frac{8 + 6\frac{2}{3}}{2} = 7\tfrac{1}{3} \text{ Fuße.}$$

$$\text{Es ist ferner } v = \frac{1{,}0194 + 1{,}0360}{2} = 1{,}0277;$$

und an und für sich für das Faß vom Grundstich 8; $\mu = 0{,}6018$, nach §. 13. III. Daher ist einmal die lange Axe des Faßgleichen Oval-Körpers

$$\text{gleich } 1{,}0277 \cdot 7\tfrac{1}{3} = 7{,}536 \text{ Fuße;}$$

mithin die ovale Grundfläche dieses Körpers

$(7{,}536)^2 \cdot 0{,}6018 = 34$ Quadrat-Fuße; nach §. 13. III.

und der Inhalt des Faßgleichen ovalen Körpers

$$34 \cdot 8 = 272 \text{ Cub. Fuße,}$$

das vom vorigen Resultat nur 1,4 Cub. Fuße unterschieden ist; und auf 200 Maaße erst eine Maaß Differenz giebt.

§. 15.

§. 15.

Die Abweinung des ovalrunden Fasses.

I. Es bezeichne nun der Buchstabe C. den Inhalt des Fasses durch seine ganze Höhe, oder innerhalb des nächsten Abstandes der Zargen seiner Spund-Daube; und f den Durchmesser eines Cylinders, der bey gleicher Höhe = k mit dem Fasse, mit ihm auch gleichen Inhalt hat.

Nach dieser Bezeichnung ist also einmal

$$\frac{1}{4}\pi . f^2 . \varkappa = C; \quad f = 2\sqrt{\frac{C}{\pi \varkappa}}.$$

Für das Faß §. 14. war $C = 270{,}617$; $\varkappa = 8$ Fuße; es ist mithin $f = 2 . \sqrt{\frac{270{,}617}{3{,}14159 . 8}} = 6{,}5628$. Fuße.

Ein Cylinder von 6,5628 Fuß Durchmesser, und 8 Fuß Höhe, hat also mit dem ovalrunden Faß §. 14. gleichen Inhalt.

Nun bezeichne ferner in dem nicht vollen, jedoch horizontalliegenden ovalrunden Faß, der Buchstabe h. die Weintiefe, in dem Sinn §. 11, III.; so wird sich die Spund-Tiefe des ovalrunden Fasses zu der Weintiefe eben so verhalten, wie der Durchmesser des Faßgleichen Cylinders zu dem Pfeil seines Segments, das mit dem Flüssigen im Fasse einerley Inhalt hat. Dieser Pfeil seye nach Fußen ausgedrückt = t.

Nach diesem Princip ist also

$$D : f = h : t; \quad t = \frac{f\,h}{D}.$$

Denkt man sich den Durchmesser (f) des Cylinders in 1000 gleiche Theile abgetheilt, so messe von diesen Theilen der Pfeil (t) gerade (m) Theile; so wird auch seyn

$$1000 : m = f, : t ; \quad m = \frac{t}{f} . 1000;$$

$$\text{oder} \quad m = \frac{f\,h . 1000}{D . f} = \frac{h}{D} . 1000 .$$

Es sey z. E. für das Faß §. 14., seine Spund-Tiefe D = 8 Fuße; seine Weintiefe h = 6 Fuße; und sein Inhalt C = 263,837 Cub. Fuße.

Für diese ist also $m = \frac{6}{8} . 1000 = 750$.

Denkt man sich nun die Cirkel-Fläche des Cylinders für den Durchmesser 1000 in 100000 gleiche Theile abgetheilt, so entspricht dem Pfeil von 750 Theilen ein Segment von 80449 nach der Cirkelschnitz-Tafel; mithin ist

$$100000 : 80449 = 263 . 8 . 212{,}292.$$

Der Inhalt des Flüssigen im Fasse wäre also 212,292 Cub. Fuße.

§. 16.

Das ovaleckichte Faß.

I. Oefters pflegen die Küfer auch ovale Fässer eckicht zu machen, weil solche, wenn sie in einer Mehrheit zusammen geschlichtet werden, fester oder dichter in einander schließen.

Es verhält sich übrigens mit solchen ovaleckichten Fässern, wie mit den rundeckichten Fässern, §. 12.; es kann kein Faß unter 8 Ecken, und auch nicht auf mehr Ecke gefüget werden, als die Dauben sich nicht rund verlaufen müßten. Deßwegen werden auch gewöhnlich nur Fässer von niedrigen Stich-Zahlen, z. E. von 8 und 10 Stichen, eckicht gefügt; weil die Runde der Fässer von höhern Stich-Zahlen sich schon mit jeder Daube fast geradlinicht verlauft.

Es

Es theilen dabey die Küfer den Setzboden, und die Böden des Fasses, in so viel gleiche Theile, als sie dem Fasse Ecken geben wollen, z. E. 6 „ 8 „ 10 „ 12 „ 16 Ecken.

Fig. 8. stellet den Setzreiff eines ovaleckichten Fasses, bey 8 Stichen des Grund-Cirkels, von 8 Ecken vor.

Bey solchen Fässern verhält sich daher auch der solide Inhalt des Ovalrunden, zu dem Ovaleckichten von gleichen Axen und Höhen, für die nemliche Stich-Zahl, wie die Fläche der Ovale, zu der Fläche seines (m) Ecks, welches in die Ovale construirt ist.

Ich habe dieses Verhältniß für Fässer von 8 Stichen, bis auf die äußersten Gränzen der Ecke, nemlich von 6 bis 16 Ecken berechnet, und für dieselbe folgende Resultate gefunden.

Oval von 8 Stichen.

Ecken.	Quotient.	Ecken.	Quotient.
6	0,81623	12	0,94630
8	0,89478	16	0,95360
10	0,91796		

Oval von 10 Stichen.

Ecken.	Quotient.	Ecken.	Quotient.
6	0,80329	12	0,92193
8	0,88022	16	0,93050
10	0,90558		

Wenn daher der solide Inhalt eines solchen Fasses gefunden werden soll, so muß man dasselbe vorher auf ein Ovalrundes bringen.

Denkt man sich nun indessen unter der Fig. 10. den Boden des Fasses, so kann man aus den Ecken F,,E,,D,,C den Mittelpunct F, und eben so auch den Mittelpunct I auf dem Boden suchen. Hat man diese, so ziehet man KP von EK = KD ab, und findet so PM und NQ, welche man zu der Weite QP addiret; um die lange Axe NM = d des ovalrunden Bodens zu erhalten.

Nimmt man ferner an den Gewölb-Dauben die Stich-Zahl = q. des Gewölbes des Fasses ab, so ist der Halbmesser des Gewölbes in der Spundebene, um $\frac{1}{q}$. des Halbmessers KM größer als dieser.

Bezeichnet (ϱ) den Halbmesser KM = KE; so ist diesem zufolge die lange Axe des Fasses im Spunde, oder

$$D = d + \frac{2}{q}\varrho.$$

Man berechnet daher ein ovalrundes Faß, für die lange Axen d und D an den Böden und im Spunde, und multiplicirt nachgehends seinen Inhalt, in den seinen Ecken entsprechenden Factor.

Ist das Faß bey 8 Stichen auf 10 Ecke aufgesetzt, so ist für seinen Inhalt von 263,837. Cub. Fußen, §. 15., der Inhalt des oval 10 eckichten Fasses gleich

$$0{,}91796 . 263{,}8 = 242{,}157. \text{ Cub. Fuße.}$$

Uebrigens verhält sichs mit der Abweinung, wie bey dem ovalrunden Fasse. Ist die Wein-Tiefe = h, und die Spund-Tiefe PQ = H; so ist nach §. 15. auch

$$m = \frac{h}{H} . 1000.$$

§. 17.

§. 17.

Das ovale, an seinen Gewölben oder Seiten, eckichte Faß.

I. Doch sind ovaleckichte Fässer nicht immer in ihrem ganzen Umfang, wie in §. 16., eckicht: es bringen die Küfer die Ecke öfters auch nur an dem Gewölbe, oder statt dessen auch nur an den Seiten an.

So ist z. E. in Fig. 9. bey dem Setzboden, das Gewölb HBE von 120 Graden in 3 gleiche Theile EF,, GF,, HG abgetheilt: Bey andern Fässern sind die Gewölbe rund, und es sind statt ihrer die Seiten eckicht, wie z. E. in Fig. 12., EI,, IK,, KL,, LM,, MN. Auf jeden Fall ist daher die Fläche des Setzbodens, und mithin auch der Inhalt des Fasses kleiner, als wenn es ganz ovalrund wäre.

Um nun das Verhältniß zu finden, in welchem das ovalrunde Faß, mit dem in seinen Gewölben eckichten stehet, nehme ich an, daß sich beyde gegen einander verhalten, wie die Fläche des ovalrunden Bodens, zu der Fläche des ovaleckichten Bodens.

Es stelle deßwegen nun Fig. 9. den Boden des Fasses vor, dessen Dauben an der Gewölbseite eckicht gefügt sind. An diesem Boden kann man nun einmal den Mittelpunct C, aus den Eckpuncten GFE, nach §. 16., finden, und dadurch den Halbmesser HC $= \varrho$ abnehmen.

Da ferner der Sector HCE immer 120 Grade hält, so findet man den Winkel GCF, wenn man 120 mit der Anzahl der Seiten des Gewölbs dividiret. Dieser Quotient ist hier $\frac{120}{3}$ oder im Allgemeinen $\frac{120}{n}$.

Auch

Auch ist ferner die Fläche des Sectors GCF

$$360 : \frac{120}{n} = \pi \cdot \varrho^2 : \text{Sector};$$

oder Sector GFC $= \pi \cdot \varrho^2 \cdot \frac{1}{3n}$.

Ziehet man von diesem das Dreyeck GCF ab $= \frac{GF.OC}{2}$, so verbleibet das Segment GBF selbst über, mit

$$\frac{1}{3} \frac{1}{n} . \pi \varrho^2 - \tfrac{1}{2}(GF.OC).$$

Ist nun der Bogen HBF, und eben so auch der Bogen MAN in (n) gleiche Theile getheilt, so ist der Flächen-Inhalt sämmtlicher Segmente gleich

$$2n.\left(\frac{1}{3} \frac{1}{n} \pi \varrho^2 - \tfrac{1}{2}.GF.OC\right) = \alpha.$$

Wäre ferner die Fläche des ovalrunden Bodens = P, und der solide Inhalt des ovalrunden Fasses = C; so wäre für das an seinen Gewölben ovaleckichte Faß sein Inhalt gleich

$$\left(1 - \frac{\alpha}{P}\right).C.$$

Kürzer, und doch für die Sache genau genug, findet man die Segmente, wenn man dieselbe als parabolische Flächen ansiehet. Denn es ist in diesem Fall das Segment GBFOG gleich

$$\tfrac{2}{3}.GF.OB = \tfrac{2}{3}.GF.(CG - CO);$$

mithin von sämmtlichen (n) Segmenten

$$\tfrac{4}{3}.n.GF.(CG - CO).$$

II. Auf ähnliche Art lassen sich auch die Segmente finden für Ovalfässer, die anstatt an ihren Gewölben, auf den Seiten eckicht gestaltet sind.

Man kann nemlich auf dem Faßboden die Sehne NE messen, welche immer dem Halbmesser NP gleich ist.

Es

Es bezeichne nun (δ) die Sehne NE = NP, und (β) die Seiten IE = KI = NM des Fasses; (m) die Anzahl der Seiten, in welche der Bogen NKE von 60° Graden eingetheilt ist.

Nach diesen Bezeichnungen ist nun einmal die Fläche sämmtlicher Segmente, zu beyden Seiten des Fasses, gleich

$$\tfrac{4}{3}m \,.\, \beta \,.\, \sqrt{(\delta^2 - \tfrac{1}{4}\beta^2)};$$

mithin der Inhalt dieses Fasses gleich

$$\left(1 - \frac{\tfrac{4}{3}m \,.\, \beta \,.\, \sqrt{(\delta^2 - \tfrac{1}{4}\beta^2)}}{p}\right).\,C;$$

statt dessen man auch, weil δ gegen β immer groß ist, setzen kann

$$\left(1 - \frac{\tfrac{4}{3}m \,.\, \beta \,.\, \delta}{p}\right)C.$$

III. Bezeichnet D die lange Axe des Fasses durch seinen Spund, wenn es ovalrund ist; r den Halbmesser seiner Gewölbe, und A seiner Seiten, für p. Stiche; so ist auch

$$NE = \delta = \frac{p-1}{p} \,.\, A = \frac{p-1}{p} \,.\, \frac{\tfrac{1}{2}p-2}{\tfrac{1}{2}p-1} \,.\, D;$$

mithin $$D = \frac{p}{p-1} \,.\, \frac{\tfrac{1}{2}p-1}{\tfrac{1}{2}p-2} \,.\, \delta. \text{ beynahe.}$$

Auch ist $$CG = \varrho = \frac{q-1}{q} \,.\, r = \frac{q-1}{q} \,.\, \frac{D}{\tfrac{1}{2}p-1};$$

mithin $$r = \frac{q \,.\, \varrho}{q-1}.$$

Wornach man also das Seiten- oder Gewölbdickichte Faß auf ein ovalrundes bringen kann.

§. 18.

§. 18.

Der Setzreiff eines Ey-Fasses.

I. Außer den ovalrunden und ovaleckichten Fässern, setzen die Küfer auch noch die so genannten Ey-Fässer auf, die nach ihrer Eyförmigen Figur diesen Nahmen haben.

Der Setzboden, Setzreiff oder Grundriß eines solchen Fasses, ist daher immer die Ey-Linie; nur unterscheiden die Küfer unter denselben die verkürzte, von den gezogenen und ablangen Ey-Linien. Erstere wird folgendermaßen aufgerissen; nach Fig. 10. Mit dem Halbmesser CD des Grunds reisset den Halb-Cirkel DAE, und theilet ihn in 4 gleiche Theile in A.D.E.F; ziehet durch A und F die lange Axe, und durch E und F, so wie durch D und F, gerade Linien.

Nehmet nun den Durchmesser DE mit dem Cirkel, und ziehet aus E und D die Bögen DH und GE; nehmet eben so den Halbmesser HF = FG, und ziehet den Bogen HBG zusammen; so ist das verkürzte Ey fertig.

II. Mit diesem kommt das Verfahren beym Aufreissen der gezogenen Eyer überein; nur theilen die Küfer, je nachdem sie das Ey strecken wollen, den Halbmesser FC in 7„6„5„4„3„2„ gleiche Theile, und setzen bey F einen solchen Theil oder Vorstich daran. In Fig. 12. ist dieser Theil Ff = $\frac{1}{2}$ FC; und es ist dieß Ey, das durch den Punct f eben so wie vorhin, das verkürzte durch F aufgerissen wird, das gezogenste unter allen, welche auf diese Art oder in dieser Gattung aufgerissen werden.

Uebrigens fügen die Küfer die Faß-Dauben des Grunds, der Seiten und Spitze nach Stichmödeln, wie sie

sie dieß für gut finden. Bey einem Ey-Faß werden daher die Dauben um DAE in p Stiche gefügt, während manchmal die Seiten DH „ GE in (q) Stiche, und die Spitze HBG in (t) Stiche gefügt werden. Doch ist die Stich-Zahl für die Spitze nie unter 4 Stich, und p. selten über 10 Stich. Ueberhaupt werden solche Fässer gerne auf hohe Stich-Zahlen aufgesetzt, damit sie in ihrer Mehrheit sich um so besser zusammen schlichten, und geringe Zwischenräume unter sich übrig lassen.

§. 19.

Die Fläche des Eyförmigen Setzbodens.

I. Dabey constituiret sich nun die Fläche des Setzbodens aus dem Halb-Cirkel DAE; aus dem Segment DEH weniger dem Dreyeck FCE, doppelt genommen, und dem Segment HFG; oder es ist seine Fläche

$$DAE + 2\,(\text{Sector } DEh - CfE) + \text{Sector } hfg.$$

Es bezeichne nun für ein Ey der Buchstabe A den Halbmesser AC seines Grundes; der Theil fF, um welchen das Ey gestreckt wird, sey $\frac{1}{\mu}$ AC; und der Winkel DEh $= \varphi$.

Nach dieser Bezeichnung ist einmal die Fläche des Grund-Cirkels $DAE = \frac{1}{2}\,\pi \cdot A^2$.

Es ist ferner $DE = hE = 2\,A$; und

$$360 : \varphi = 4\,\pi \cdot A^2 : \text{Sector } DEh;$$

$$\text{Sector } DEh = \frac{\varphi}{90} \cdot \pi \cdot A^2.$$

Auch ist Dreyeck $CfE = \frac{CE.Cf}{2}; = A.A.\left(1+\frac{1}{\mu}\right):2;$

also

also die Fläche

$$DCfh = \frac{\varphi}{90}\pi.A^2. - \frac{1}{2}A^2.\left(\frac{\mu+1}{\mu}\right) = \pi.A^2.\left(\frac{\varphi}{90} - \frac{1}{2}\frac{1}{\pi}.\frac{\mu+1}{\mu}\right).$$

Letztlich ist noch $hf = hE - fE$; und $1 : FE = \text{Cos}\,\varphi : CE$;

$$\text{also}\quad hf = r = 2A - \frac{A}{\text{Cos}\,\varphi} = A\left(\frac{2\,\text{Cos}\,\varphi - 1}{\text{Cos}\,\varphi}\right);$$

$$\text{mithin}\quad AB = A\left(2 + \frac{1}{\mu} + \frac{2\,\text{Cos}\,\varphi - 1}{\text{Cos}\,\varphi}\right).$$

Auch ist $\text{tang}\,DEH = \text{tang}\,\varphi = fE : CE = 1 + \frac{1}{\mu}. = \frac{\mu+1}{\mu}.$
und $hfb = 90 - \varphi$; mithin

$$\text{Sector}\ hfg = \frac{90-\varphi}{180}.\pi.A^2\left(\frac{2\,\text{Cos}\,\varphi - 1}{\text{Cos}\,\varphi}\right)^2.$$

Werden diese Flächen summiret, so ergiebt sich hieraus folgender Ausdruck, für die Fläche des Ey-Faß-Risses.

$$\pi.A^2.\left[\frac{1}{2} + \frac{\varphi}{45} - \frac{1}{\pi}\left(1+\frac{1}{\mu}\right) + \frac{90-\varphi}{180}\left(\frac{2\,\text{Cos}\,\varphi - 1}{\text{Cos}\,\varphi}\right)^2.\right] = U.$$

Ich habe für solche Fässer und für alle mögliche Werthe von μ. den Winkel φ, die lange Axe, und auch die Fläche des Setzbodens berechnet, und folgende Resultate befunden.

μ	φ	Axe.	Fläche.
0	45°,,0	2,5858	1,26748
7	48,,48	2,6212	1.27300
6	49,,24	2,6300	1.27501
5	50,,12	2,6374	1.27544
4	51,,20	2.6495	1.27708
3	52,,40	2.6834	1.27930
2	56,,18	2.6977	1.28163

(Fläche-Werte) $\pi.A^2$.

Wenn

Wenn also der Halbmesser des Grundes des Ey-Fasses = A ist, so ist für einen Vorstich von $\frac{1}{\mu} = \frac{1}{4}$ A, die lange Axe des Fasses, von außen 2,6495. A. Fuße; und die Fläche seines Setzbodens ist 1,27708 eines Kreises vom Halbmesser A, des Grundes des Fasses.

II. Schließet man das verkürzte Ey in einen Rectangulum MNOP ein, so ist einmal OP = A. 2,5858; und OM = 2A; mithin MN.OP = 2. A. A. 2,5858; und es verhält sich das Rectangulum zu dem in ihm stehenden Ey, wie A^2. 5,1716 : π. A^2. 1,26748 = 1 : 0,7700. oder das verkürzte Ey ist $\frac{77}{100}$ des Rectanguli, in welchem es stehet.

Dieses Verhältniß ist daher in Beziehung mit der Streckung $\frac{1}{\mu}$ des Eyes; und findet sich für die gewöhnlichen Werthe von μ folgendermaßen:

μ	Fläche.	μ	Fläche.
0	0,77000	4	0,75709
7	0,76286	3	0,74887
6	0,76151	2	0,74796
5	0,75967		

Es bezeichne nun a die lange Axe des Eyrunden Fasses für die Streckung $\frac{1}{\mu}$; b den Durchmesser seines Grundes; und 1 : ν. das Verhältniß des Parallelogramms, in welchem das Ey stehet, zu der Eyfläche selbst; so ist die Fläche des Eyes selbst gleich

$$\nu . ab.$$

III. Immer kommt daher alles zunächst darauf an, die Streckung des Ey-Fasses zu wissen; welche man folgendermaßen findet. Es

Es sey der Halbmesser des Grundes am Boden des Fasses $= \alpha$; der Factor in der Tabelle (I.) gleich x; und die lange Axe des Bodens $= \beta$; so ist nach (I.) auch

$$\alpha . x = \beta; \quad x = \frac{\beta}{\alpha}.$$

Es sey z. E. die lange Axe des Bodens $\beta = 4{,}525$ Fuße; der Halbmesser des Grundes am Boden $\alpha = 1\frac{3}{4}$ Fuße; so ist

$$x = \frac{4{,}525}{1\frac{3}{4}} = 2{,}5858.$$

Da nun dieser Zahl in der Tabelle (I.) $\mu = 0$ entspricht, so ersiehet man hieraus, daß das Ey bey diesem Faß gar keine Streckung hat; mithin das Faß selbst ein verkürztes Ey-Faß seye.

§. 20.

Inhalt des Ey-Fasses.

I. Nach seiner Construction zerfällt ferner das Ey-Faß in Fig. 11. in drey wesentliche Stücke.

Es constituirt nemlich seinen Grund zunächst das halbe Faß KIDONARK, dessen Halbmesser AC in seiner Mitte, und an seinen Köpfen MR ist.

Eben so constituiret die Spitze des Fasses, das Segment XLQTBS eines Fasses, dessen Halbmesser in der Mitte FB, und an den Köpfen LS ist.

Zu diesem kommen die Segmente KMECPTUHX, und MICDTOZGη; welche die Seiten des Fasses abgeben.

Von diesen ist jedes ein Segment eines runden Fasses, dessen Halbmesser in der Mitte ED, und an den Köpfen KI ist; beyden ist der prismatische Körper KILWUFPOQ gemein, und muß von der Summe bey-

der

der deßwegen abgezogen werden, wenn man den Inhalt dieser Segmente finden will.

Statt dessen könnte man den Ey-prismatischen Körper berechnen, dessen Grundfläche, bey einerley Höhe mit dem Fasse, dem Faßboden gleich ist; und zu diesem noch die Segmente addiren, nach der Ansicht §. 6. IV.

Rücksichtlich dieser kommt nun einmal das Segment des halben Fasses für den Halbmesser AC = A. in Betracht, das sich aus folgendem Ausdruck ergiebt.

$$\tfrac{1}{2}\pi . A^2 . \frac{4}{3}\,\frac{1}{p} . \left(1 - \frac{3}{5}\,\frac{1}{p}\right) . x .$$

Zu diesem kommt jedes der Seiten-Segmente für den Halbmesser ED = 2A, und den Winkel FED = φ. Sind nun die Seiten-Dauben des Fasses auf (q) Stiche gefügt, so ist der Inhalt eines Seiten-Segments

$$\frac{\varphi}{360}\pi . 4 . A^2 . \frac{4}{3}\,\frac{1}{q}\left(1 - \frac{3}{5}\,\frac{1}{q}\right) . x .$$

Hiezu wird noch das Segment der Spitze des Fasses addiret, dessen Dauben in (t) Stiche gefügt sind. Von diesem Sector ist der Center-Winkel HFG, in Fig. 13., gleich (90-φ) : 180; der Halbmesser FB = (2 — Secans φ) A; es ist mithin der Inhalt des Segments der Spitze, gleich

$$\frac{90 - \varphi}{180} . \pi . A^2 . \left(\frac{2\,\mathrm{Cos}\,\varphi - 1}{\mathrm{Cos}\,\varphi}\right)^2 . \frac{4}{3} . \frac{1}{t}\left(1 - \frac{3}{5}\,\frac{1}{t}\right) . x .$$

Es sey nun die lange Axe des Faßbodens RS = a; der Durchmesser seines Grundes KI = b; und das Parallelogramm ab verhalte sich zur Fläche des Faßbodens wie 1 : ν; so ist die Fläche des Ey-prismatischen Körpers, gleich ν . ab; mithin dieser Körper selbst

$$\nu . a . b . x .$$

Wollte

Wollte man den Inhalt des Fasses berechnen, so müßte man diese vier Formeln auflösen und addiren.

Einfacher wird hingegen die Ey-Faß-Formel, wenn sämmtliche Dauben des Ey-Fasses auf einerley Stichzahl, z. E. auf die Stichzahl seines Grundes gefügt sind. Für diesen Fall wird die Formel folgende:

$$\nu . a . b . \varkappa .$$
$$+\pi . A^2 \varkappa \frac{4}{3} . \frac{1}{p}\left(1 - \frac{3}{5}\frac{1}{p}\right) . \left[\frac{1}{2} + \frac{\phi}{45} + \frac{90-\phi}{180} . \left(\frac{2 \operatorname{Cos}\phi - 1}{\operatorname{Cos}\phi}\right)^2\right].$$

Da in dieser Formel der Cosinus des Winkels φ vorkommt, welcher von dem Vorstich $\frac{1}{\mu}$ abhängig ist, so habe ich für die gewöhnlichen Vorstiche den Ausdruck in der Klammer dieser Formel berechnet.

Es ist nemlich

für $\mu = 0$; $\frac{1}{2} + \frac{\varphi}{45} + \frac{90-\varphi}{180} . \left(\frac{2 \operatorname{Cos}\varphi - 1}{\operatorname{Cos}\varphi^2}\right)^2 = 1{,}58579$;

und eben so sind für andere Vorstiche die Werthe folgende:

μ.	Factor.	μ.	Factor.
0	1,58579	4	1,67498
7	1,63649	3	1,69595
6	1,64638	2	1,75911
5	1,65742	—	—

Um ferner auch noch die Berechnung der Segmente möglichst zu erleichtern, habe ich den Factor der Faß-Formel

$$\frac{4}{3} . \frac{1}{p} . \left(1 - \frac{3}{5}\frac{1}{p}\right)$$

für

für die gewöhnlichen Stichzahlen berechnet, und folgende Resultate gefunden:

Faß-Stich.	Factor.	Faß-Stich.	Factor.
4	0,28333	12	0,10556
5	0,23467	14	0,09115
6	0,20000	16	0,08021
8	0,15417	18	0,07672
9	0,13498	20	0,06466
10	0,12540	—	—

In Anwendung dieser Factoren wären daher die Segmente eines verkürzten Ey-Fasses, für welches deßwegen $\mu = 0$ ist, wenn dasselbe auf 6. Stiche aufgesetzt ist, gleich

$$\pi \cdot A^2 \cdot \varkappa \cdot 0{,}2000 \cdot 1{,}58579 = \pi \cdot A^2 \cdot \varkappa \cdot 0{,}317;$$

oder sie wären 0,317. eines Cylinders, welcher mit dem Ey-Faß einerley Höhe, und die Weite seines Grundes zum Durchmesser hat.

Dagegen sind die Segmente eines Ey-Fasses, das um $\frac{1}{3}$ gestreckt ist, für $p = 8$, und $\mu = 3$, folgende

$$\pi \cdot A^2 \cdot \varkappa \cdot 0{,}15417 \cdot 1{,}69595 = 0{,}262 \cdot \pi \cdot A^2 \cdot \varkappa. \text{ beynahe.}$$

Es bezeichne nun in der Allgemeinheit der Buchstabe (w). den Factor für μ; so ist nach dieser Bezeichnung die Ey-Faß-Formel folgende:

$$\nu \cdot ab \cdot \varkappa + \pi \cdot A^2 \cdot \varkappa \cdot \frac{4}{3} \frac{1}{p}\left(1 - \frac{3}{5} \frac{1}{p}\right) \cdot w.$$

Es sey z. E. ein Ey-Faß auf $p = 8$. Stiche durchaus aufgesetzt, und habe dabey die Streckung $\frac{1}{\mu} = \frac{1}{3}$.

Auch sey der Halbmesser A seines Grundes, in der Spundebene $= 2$. Fuße; die Höhe des Fasses oder $\varkappa = 4$ Fuße, und dabey die lange Axe seiner Böden $a = 4{,}525$ Fuß, und die kurze Axe $b = 3{,}5$. Fuß.

Nun ist nach der Tabelle §. 19. II. für die Streckung $\mu = \frac{1}{3}$ der Factor $\nu = 0{,}74887$; mithin die Fläche des Bodens

$$0{,}74887 \cdot 4{,}525 \cdot 3{,}5 = 11{,}853 \text{. Quadrat-Fuße;}$$

folglich der Inhalt des Ey-prismatischen Körpers, welcher in der Höhe des Fasses seine Böden zur Grundfläche hat, gleich

$$11{,}853 \cdot 4 = 47{,}412 \text{. Cub. Fuße.}$$

Es ist ferner für dieses Faß der Inhalt seiner Segmente, gleich

$$\pi \cdot A^2 \cdot \varkappa \cdot 0{,}15417 \cdot 1{,}69595 \text{; oder}$$

$$3{,}14 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 0{,}262 = 13{,}162\text{;}$$

also der Inhalt des Ey-Fasses selbst

$$47{,}412 + 13{,}162 = 60{,}574 \text{. Cub. Fuße.}$$

Hievon müssen noch die Räume abgezogen werden, welche beyde Faß-Böden einnehmen; wenn man nicht die Höhe des Fasses sogleich um diese verkürzen will.

§. 21.

Das Eyeckichte Faß.

Nun pflegen ferner die Küfer, Ey-Fässer, so wie Cirkel- und Ovalrunde, auch e c k i c h t aufzusetzen; und treiben damit mancherley Wechsel.

Denn

Denn sie theilen entweder den Umfang des ganzen Setzbodens in so viel gleiche Theile, als sie dem Eyfaß Seiten geben wollen; oder sie theilen auch den Grund DAE des Fasses Fig. 12. in eine gewisse Anzahl gleicher Theile, z. E. in 3„4„6„8; sie theilen eben so auch seine Spitze in beliebige Theile, und verfahren auch so mit den Seiten. So kann z. E. bey einem Ey-Faß von 18 Ecken sein Grund DAE in 7, seine Spitze MB in 3, und jede seiner Seiten in 4. gleiche Theile abgetheilt seyn.

Manchmal theilen die Küfer auch nur den Grund DAE in Fig. 14. des Eyes in 3 oder 4 Theile, während das übrige ey-rund bleibet, und heißen ein solches Faß, ein Handkorb-Faß; sie machen außerdem auch manchmal bey solchen Fässern die Spitze HBG eckicht, und lassen die Seiten rund; oder sie machen auch nur die Seiten EMG eckicht, und machen alles übrige ey-rund.

Auf jeden Fall ist immer die Fläche des Setzbodens, und mit ihm auch der solide Inhalt des Eyeckichten Fasses kleiner, als des ey-runden Fasses von den nemlichen Anlagen und Axen; es ist sein Inhalt um so kleiner, je weniger Ecken das Faß hat.

Uebrigens lässet sich der Inhalt des Ey-eckichten Fasses, zum ey-runden, eben so, wie der Inhalt des oval-eckichten, zum oval-runden Fasse, nach §. 16., proportioniren.

Ist nemlich der Grund des Fasses in (m) gleiche Theile getheilt, so ist der Center-Winkel ACK eines theils $= \frac{180}{m}$; er ist, wenn die Spitzen des Fasses in (n) Theile getheilt sind, $\frac{180 - 2\varphi}{n} =$ HFK; und für die Seiten $\frac{\varphi}{\nu} =$ GDM, wenn die Seiten (ν) Ecken haben.

Auch lassen sich die Linien KC,, DG,, FH. auf dem Faßboden messen; und sonach auch die Vergleichungen §. 17. sich anstellen.

§. 22.

Das ablange Ey-Faß.

Von dem in §. 18. angeführten Eyrunden Setzboden, unterscheiden sich die Setzboden der ablangen Ey-Fässer; die ihrer Form nach ablange Eyer sind.

Der Aufriß eines solchen Setzbodens ist folgender. Es nimmt der Küfer einen gewissen Theil der Länge der Spund-Daube, für den Halbmesser AC eines Kreises, Fig. 13. an, und theilet diesen Kreis in eine gewisse Anzahl gleicher Theile, oder in z. Stiche; wo WF = UE einen solchen Stich vorstellet. Von diesen Stichen träget nun der Küfer wenigstens $\frac{1}{2}$z derselben von A nach B, oder er schläget WF auf der Linie AB, gerade $\frac{1}{2}$z mal um; und machet DB = ein Stich = WF.

Ziehet mit DB den Bogen IBK, machet IB = BK = DB, und bestimmet so die Puncte I und K.

Setzet nun den Cirkel in K, öffnet ihn bis in E, ziehet mit dieser Oeffnung einen kleinen Cirkel-Bogen; setzet den unverrückten Cirkel in W, und schneidet damit den Cirkel-Riß in den Punct G; aus welchem nachgehends der Bogen WK gerissen wird. Eben so wird auch der Punct H, als Mittelpunct des Bogens UI, durch die Puncte I,, F, und U. bestimmt.

Will der Küfer seinen Eyriß noch ablanger machen, so träget er den Stich WF, ($\frac{1}{2}$z + $\frac{1}{2}$)mal, oder auch ($\frac{1}{2}$z + 1)mal, oder auch ($\frac{1}{2}$z + n)mal von A aus, auf der langen Axe vorwärts; wie z. E. von A bis b;

wo

wo Bb = WF = ein Stich ist; und bestimmet, wie vorhin die Puncte i und k; durch welche, in Verbindung mit den Puncten E„U und F„W, er nachgehends die Bögen Wk und Ui. ziehet.

Nach dieser Construction des ablangen Eyes ist daher für den nemlichen Grund-Cirkel EAF, seine Fläche in Beziehung mit der Anzahl der Stiche, in welche der Küfer den Cirkel eintheilet, und mit der Zahl derselben, die er auf die lange Axe aufträget. Es lehret rücksichtlich dessen die Erfahrung, daß die Küfer den Grund-Cirkel wenigstens in 12 Stiche theilen, und von diesen Stichen wenigstens 6, oder höchstens 9, auf die lange Axe tragen.

Es fügen übrigens die Küfer die Dauben für solche ablange Ey-Fässer, wie für die übrigen Ey-Fässer, nur setzen sie dieselbe meistens auf hohe Stichzahlen auf.

Ich habe deßwegen für die gewöhnliche Stichzahl 12. solcher Fässer, das Verhältniß aufgesucht, welches die Fläche ihres Setzbodens, von 6 bis 9 Theilen oder Cirkelschlägen, zu dem Parallelogramm hat, dessen lange Seite, der langen Axe des Eyes, und dessen kurze Seite der grösten Weite des Fasses in seiner Spundebene gleich ist.

Dabey fand ich folgende Resultate:

Umschlag.	Fläche.	Umschlag.	Fläche.
6	0,77138	8	0,76459
7	0,77123	9	0,76059

 Wenn

Wenn daher für ein ablanges Ey-Faß von $\frac{12}{2}$ oder 6 Theilen die lange Axe = 8 Fuß, und die Seiten-Weite in der Spundebene 4,285 Fuße ist, so ist der Flächen-Inhalt seiner Spundebene im Lichten

$$0{,}77138 \, . \, 8 \, . \, 4{,}285 = 26{,}429 \text{ Quadrat-Fuße.}$$

Dabey lässet sich die Characteristik des Ey-Fasses, oder wie viel Theile seine lange Axe mißt, auf folgende Art finden.

Es sey der Halbmesser AC des Grundes des Fasses = r; und der Grund-Cirkel in z. gleiche Theile abgetheilt; B aber sey die lange Axe Ab des Fasses.

Nun ist ein Stich oder

$$UE = 2r \, . \, \text{Sin} \, \frac{360}{2z} \, . \quad \text{und}$$

$$(\tfrac{1}{2}z + n) \, . \, 2r \, . \, \text{Sin} \, \frac{180}{z} = B; \quad \text{also}$$

$$\tfrac{1}{2}z + n = \frac{B}{2r \, . \, \text{Sin} \frac{180}{z}} \, .$$

Es sey nun für ein gezogenes Ey-Faß

$$B = 8; \quad 2r = 4{,}416; \quad \text{und } z = n;$$

so ist

$$(\tfrac{1}{2}z + n) = \frac{8}{4{,}416 \, . \, 0{,}2588} = \frac{8}{1{,}1428} = 7 \, . \text{ Theile.}$$

Man weiß daher, daß die Fläche der Spundebene 0,77123 des Parallelogramms ist, in welchem die Spundebene stehet.

§. 23.

Eine gestutzte Pyramide zu berechnen.

Wenn der Inhalt der gestutzten Pyramide ABCD. FGHI in Fig. 14. bestimmt werden soll, muß zuvörderst die

die Höhe KE der ganzen Pyramide ABCD.K aufgesucht, und sodann von der ganzen Pyramide, die ergänzte Pyramide FGHI.K. abgezogen werden.

Fället man von dem Ecke F die Perpendicular-Linie FM herunter, so schneidet diese auf der Diagonale AD der Grundfläche, den Theil AM ab; und es ist AM = AE — FN. und das Dreyeck AFM, ähnlich dem Dreyeck AEK; mithin

$AM : FM = AE : KE.$	$AM : FM = NF : KN.$
$KE = \frac{AE.FM}{AE-FN.}$	$KN = \frac{NF.FM}{AE-FN.}$

Nun ist ferner der Inhalt

der Pyramide ADK $= \frac{1}{3}.AB.BD.KE.$

der Pyramide FHK $= \frac{1}{3}.FG.GH.KN;$

folglich ist der Inhalt der gestutzten Pyramide AD.FH.

$$\frac{1}{3}.\frac{FM}{AE-FN}.(AB.BD.AE-FG.GH.FN).$$

§. 24.

Fundament des Cylinder- Oval- und Ey-Visierstabs.

I. Es sey der cubische Inhalt eines Eimers oder sonstigen Einheit gleich (h). Decimal-Cubic-Zollen; und der Durchmesser eines Cylinders, welcher bey einer Höhe von ein Decimal-Zoll gerade einen Eimer in sich enthält, sey = x.

So ist einmal

$$\frac{1}{4}\pi.x^2. = h; \quad x = 2\sqrt{\frac{h}{\pi}}.$$

Nun

Nun halte der Eimer gerade (m) Visier-Maase in sich, und es sey der Durchmesser eines Cylinders für eine Maas, bey einem Decimal-Zoll Höhe, gleich η; so ist

$$m : 1 = \frac{4h}{\pi} : \eta^2; \quad \eta = 2\sqrt{\frac{h}{\pi . m}}.$$

Es messe z. E. der Visier-Eimer 2752 Decimal-Cubic-Zolle; und halte 64 Maas in sich.

Für diesen Fall ist also $h = 2752$; $m = 64$; mithin der Durchmesser einer Maas, in der Höhe von ein Decimal-Zoll

$$\eta = \frac{2}{8} . \sqrt{\frac{2752}{3,14159}} = \frac{1}{4} . 29,597 = 7,39925 . \text{ Zolle,}$$

oder beynahe 7,34 Decimal-Zolle.

Es bezeichne nun z. den Durchmesser eines Cylinders, der in der Höhe von 1. Decimal-Zoll, gerade (n) Maase in sich hält.

Da nun die Inhalte der Cylinder von gleichen Höhen, sich wie die Quadrate ihrer Durchmesser verhalten, so ist

$$1 : n = \eta^2 . z^2; \quad z = \eta . \sqrt{n}.$$

Für $n = 2$ Maase ist $\sqrt{2} = 1,4142$; also $z = \eta . 1,4142136$.
. . . $= 3$ . . . . $\sqrt{3} = 1,7320$; . . $z = \eta . 1,7320508$.
. . . $= 4$ . . . . $\sqrt{4} = 2,0000$; . . $z = \eta . 2$.
. . . $= 5$ . . . . $\sqrt{5} = 2,2360$; . . $z = \eta . 2,2360680$.
. . . $= 6$ . . . . $\sqrt{6} = 2,4494$; . . $z = \eta . 2,4494897$.
. . . $= 7$ . . . . $\sqrt{7} = 2,6457$; . . $z = \eta . 2,6457513$.
. . . $= 8$ . . . . $\sqrt{8} = 2,8284$; . . $z = \eta . 2,8284271$.
. . . $= 9$ . . . . $\sqrt{9} = 3,0000$; . . $z = \eta . 3$.

u. s. w.

Eben so ist für die Baierische Maas der Durchmesser eines Cylinders, für einen zwölftheiligen Zoll Höhe, gleich 9″,726. Zolle.

II. Auch

II. Auch lässet sich die lange Axe eines ovalen prismatischen Körpers finden, der bey einem zwölftheiligen Zoll Höhe, gerade eine Maas in sich hält.

In diesem Fall muß das Verhältniß der langen zur kurzen Axe der Ovale gegeben seyn.

Es sey z. E. die lange Axe einer Ovale von 8. Stichen $= \eta$; so ist nach §. 13. III. ihre Fläche $= 0{,}6018 . \eta^2$; hält nun die Baierische Maas 74,304. zwölftheilige Cubic-Zolle, so ist für einen zwölftheiligen Zoll Höhe

$$0{,}26018 . \eta^2 = 74{,}304; \; \eta = \sqrt{\frac{84304}{6018}} = 11{,}112 \text{ Zolle.}$$

Für diese Ovale würde also die lange Axe einer Maas 11,112. Zolle seyn.

Es sey nun überhaupt der Factor in §. 13. III. für ein Ovale von (m) Stichen gleich (μ); die lange Axe einer Maas (α) Zolle, und der Durchmesser eines Cylinders einer Maas $= \beta$, sämmtlich von einem zwölftheiligen Zoll Höhe; so ist auch

$$\tfrac{1}{4}\pi\alpha^2 = \mu . \beta^2; \quad \text{oder } \alpha^2 : \beta^2 = \mu : \tfrac{1}{4}\pi.$$

Für $\mu = 0{,}6018$, wäre also $\alpha^2 : \beta^2 = 0{,}6018 : 0{,}7853\ldots$ beynahe; das ist: das Quadrat eines Cylinders von einer Maas, verhält sich zum Quadrat der langen Axe der einmaasichten Ovale, wie diese Zahlen; und es ist

$$\alpha^2 = \frac{6018}{7854} . \beta^2 .$$

Wenn man daher einen speciellen Visierstab für ovale Fässer von 8 Stichen fertigen wollte, so wäre die Einheit hier 11,112 Zolle;

mithin für 4 Maase = 2 . 11,112 Zolle.

III. Wollte man einen Visierstab für Ey-Fässer machen, so kommt alles darauf an, die lange und kurze Axe

Axe einer Maas, für einen zwölftheiligen Zoll Höhe zu finden.

Nun ist einmal für das verkürzte Ey, nach §. 19., die lange Axe zur kurzen, wie 2,5858 : 2; und die Fläche des Eyes gleich 0,77. des Rectanguli aus beyden Axen, §. 19. II.

Es bezeichne nun x die lange, und y die kurze Axe des Eyes; und 1 : f das Verhältniß des Parallelogramms xy zur Fläche des Eyes.

Nach diesen Bezeichnungen ist also einmal für das verkürzte Ey

$$x : y = 2{,}5858 : 2; \quad y = \frac{x}{1{,}2929};$$

$$\text{und } xy = \frac{x^2}{1{,}2929}.$$

Es ist deßwegen auch

$$\frac{f\,x^2}{1{,}2929} = 74{,}304, \text{ nach (II.)};$$

mithin auch

$$x = \sqrt{\frac{1{,}2929 \,.\, 74{,}304}{0{,}77}} = 11{,}177. \text{ Zolle.}$$

Auf ähnliche Art lässet sich auch die lange Axe der Eyförmig-prismatischen Körper, für die gewöhnlichen Vorstiche, auf eine Maas Inhalt finden.

II. Abschnitt,

welcher

die Regeln der practischen Visierkunst

enthält

für Visierer und Umgeldner.

§. 1.

Einleitung.

Nach den in dem ersten Abschnitt aufgestellten Ansichten, sind Fässer, entweder Cirkelrunde, Oval und Eyrunde, oder sie sind auch in jeder dieser Arten volleckichte, oder theilweis eckichte Fässer, die als Abarten von jenen angesehen werden. Diese verschiedene Arten und Abarten der Fässer, nach ihrem soliden Inhalt anzusprechen, oder anzugeben, wie viel Flüssiges sie in sich fassen können, ist zunächst der Gegenstand der Visier-Kunst.

Die Visier-Kunst bestehet daher in der Anwendung gewisser Regeln, oder in der Ausübung des Verfahrens, Fässer nach dem Inhalt ihres Flüssigen anzusprechen; und es heißen deßwegen, Männer, welche zu diesem Geschäfte eigenen Beruf haben, oder für diese Arbeiten angestellt und verpflichtet sind, Visierer.

Diese haben ihren Beruff zunächst in der Niederlage, in der Halle, oder sonstigen Depots, wo Wein-Fässer, und Fässer mit anderm Flüssigen angefüllt, deponirt werden, und es wird allda nach ihren Angaben, das Umgeld von Fässern regulirt; sie haben außerdem in Bräuhäusern öfters die Abstiche zu machen; und dienen nebenbey auch Privatis oder Weinhändlern, und andern, welche Fässer mit Wein, Bier, Essig, oder anderm Flüssigen gefüllt, visieren lassen wollen.

Wenn daher ein Visierer seine Arbeiten nicht nach dem gewöhnlichen Schlendrian betreiben, sondern seinem Geschäf-

Geschäfte sich wissenschaftlich wiedmen will, so muß er sich auch in soweit geometrische Kenntnisse verschaffen, als sein Metier unumgänglich erfordert. Es muß deßwegen bey seiner Anstellung sein erstes Geschäfte seyn, den geometrischen Inhalt der landüblichen Einheit, z. E. des Eimers, Ohms, u. dgl., und ihrer Unter-Abtheilung in Maase, Köpfel, u. s. w. zu erproben: wo ihm nicht diese Data, als an und für sich authentisch berichtiget und fixirt, bereits von seiner Behörde mitgetheilt werden können; und er rücksichtlich ihrer Richtigkeit nicht zweifeln mag.

§. 2.

Den cubischen Inhalt der Einheit für Flüssiges zu finden.

I. Man hat nemlich an Orten, wo Niederlagen sind, oder wenigstens in den Haupt- und Gerichts-Städten, gewöhnlich die Ur-Gefäße von Dingen, welche im bürgerlichen Leben als Maase, oder zur Mäserey gebraucht werden; unter welchen sich deßwegen auch das Ur-Gefäß für Flüssiges vorfindet, das man seines Orts den Ur-Eimer, den Ur-Ohm, u. dgl. heißt.

Diese Gefäße sind von Metall gegossen, oder auch sonst von Metall-Blechen zusammengesetzt, und haben gerne nach ihrer Form die Zeichen des Alterthums, sie sind daher nach ihrem Inhalt meistens sehr unsicher zu berechnen. Wenn aber auch dieses nicht wäre, so muß dessen ohngeachtet der Visierer andere und zuverlässigere Wege einschlagen, den Inhalt der landüblichen Einheit für Flüssiges zu finden; weil, wenn er bey Berechnung des Ur-Maases um eine Kleinigkeit fehlet, sich dieser Fehler so oft multipliciret, als er den Inhalt eines Fasses durch dasselbe theilet.

Man

Man lässet sich deßwegen meistens aus Dielen oder starken Brettern einen Kasten machen, der einige Fuß lang, breit und hoch ist, bestreichet ihn von innen mit Oelfarbe, damit er das Wasser nicht einsauget, stellet ihn nach dem Augenmaas horizontal, und leeret nun das mit Wasser aufs sorgfältigste angefüllte Ur-Gefäß so oft in den Kasten aus, bis es beynahe voll ist.

Nachdem nun das Wasser zur Ruhe gekommen ist, sticht man ringsherum in dem Kasten seine Tiefe ab; man legt nach und nach unter den Kasten Keile, und erhöhet ihn da und dort so lange, bis das Wasser allenthalben gleich hoch über seinem Boden stehet; und rechnet nun den cubischen Inhalt des Kastens aus, indem man seine Grundfläche mit seiner Wasserhöhe, oder in den Abstich multipliciret; und dividiret den Inhalt mit der Zahl, wie oft man das Ur-Maas in ihn ausgeleeret hat.

Es messe z. E. die Quadrat-Seite des Kastens 6,216 landübliche Füße; und nachdem man 45 Eimer in denselben eingeschüttet hatte, zeigte das Wasser einen Abstich von 3,105 Fußen.

Für diesen Fall wäre also der Inhalt des Wassers

$$38{,}638 \,.\, 3{,}105 = 119{,}973;$$

mithin der geometrische Inhalt des

$$\text{Ur-Eimers} = \frac{119{,}973}{45} = 2\tfrac{2}{3}\,.\ \text{Cub. Fuße.}$$

II. Ob sich nun wohl nach diesem Verfahren der Inhalt eines Eimers genauer, als durch seine unmittelbare Berechnung finden lässet, so kann man doch den Abstich nicht genau genug nehmen, weil das Wasser durch seine Adhäsion an den Wänden des Kastens sich etwas herauf ziehet; man kann daher immer um so viel fehlen, als man rücksichtlich des wahren Abstichs ungewiß

gewiß bleibt. Dieser Fehler ist um so größer, je größer die Oberfläche des Kastens ist.

Wäre man z. E. bis auf $\frac{1}{4}$ einer Linie in dem Abstich ungewiß, so würde man in dem Inhalt des Kastens, im vorigen Fall um

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{144} \cdot 38,6 = 0,067.$$

eines Cubic-Fußes ungewiß bleiben.

Man verfährt daher sicherer, wenn man dem Kasten, mit welchem man diesen Versuch anstellet, die Form einer **Pyramide** giebt, die sich oben in eine schmahle Seite, z. E. von 1 Fuß endet; und diese nach §. 23. berechnet: es wird der Theil, um welchen man wegen des Abstichs ungewiß bleibet, um so unbedeutender, je kleiner die obere offene Fläche der gestutzten Pyramide ist. Uebrigens wird der Ausschlag auf den Eimer nach (I.) gemacht.

Es sey z. E. in Fig. 14. die Seite $AB = 4$; $BD = 3$ Fuße; $FG = 1$; $GH = \frac{3}{4}$; $AE = 2\frac{1}{2}$; $FN = \frac{5}{8}$ Fuße; und die Höhe der gestutzten Pyramide $FM = 10$. Fuße.

Nun ist einmal

$$AM = AE - FN = 2\frac{1}{2} - \frac{5}{8} = 1\frac{7}{8}. \text{ Fuße.}$$

Die Grundfläche $AB.BD = 3.4 = 12$. Quadrat-Fuße.
- - - - - $FG.GH = 1.\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$. - - - - -

Es ist ferner

$AM : AE = FM : EK.$	$AM : FM = FN : KN.$
$1\frac{7}{8} : 2\frac{1}{2} = 10 : 13\frac{1}{3}.$	$1\frac{7}{8} : 10 = \frac{5}{8} : 3\frac{1}{3}.$

mithin der Inhalt der

ganzen Pyramide $ADK = \frac{1}{3}.12.13\frac{1}{3} = 53\frac{1}{3}$. Cub. Fuße.
ergänzten - - - - $FHK = \frac{1}{3}.\frac{3}{4}.3\frac{1}{3} = \frac{5}{6}$. - - - -
gestutzten Pyramide $ADFH$ $= 52\frac{1}{2}$. Cub. Fuße.

Wären

Wären nun gerade 20 Eimer in die gestutzte Pyramide eingegossen worden, so wäre der Inhalt eines Eimers

$$\frac{52\frac{1}{2}}{20} = 2\tfrac{5}{8}.\ \text{Cub. Fuße.}$$

Dividiret man den Inhalt eines Eimers durch die Anzahl der Maase, die er seines Orts hält, so findet man in dem Quotienten den Inhalt einer Maas selbst.

Es halte z. E. der Eimer seines Orts 64 Visier-Maase, so ist der Inhalt einer Maas

$$\frac{2\frac{5}{8}}{64} = \frac{21}{8.64} = \frac{21}{512}\ \text{Cub. Fuße; oder}$$

$$\frac{21.1000}{512} = 41\tfrac{1}{57}\ \text{Decimal-Cub. Zolle.}$$

III. Weiß man das Gewicht, welches ein landübli-cher Cubic-Fuß mit Wasser gefüllt wiegt, aufs genaueste, so kann man den Inhalt eines Ur- oder Mutter-Eimers, auch durch das Gewicht finden.

Man wiegt nemlich die Pyramide (II.), oder sonstiges Gefäß in leerem Zustand; und nachgehends, wenn eine gewisse Anzahl Eimer in dasselbe ausgeleert worden sind; und findet in dem Ueberschuß des letztern Gewicht über das erstere, das Gewicht des in dem Gefäß enthaltenen Wassers.

Es wiege z. E. das Wasser des Gefäßes, wenn es mit 20 Eimern Wasser gefüllet ist, gerade 2675 Pfunde; und ein Cub. Fuß des nemlichen Wassers wiege 50 Pfund.

So ist nach diesem Versuch, das Gewicht eines Eimers Wasser

$$\frac{2675}{20} = 133{,}8.\ \text{Pfunde;}$$

mithin der Inhalt eines Eimers

$$\frac{133{,}8}{50} = 2{,}676.\ \text{Cub. Fuße.}$$

§. 3.

Den Visierstab zu fertigen.

I. Hat der Visierer nach §. 2. den Inhalt eines Eimers, oder überhaupt seiner landüblichen Einheit, für Flüssiges, und mit demselben, auch für deren Unter-Abtheilungen abgenommen, so muß er nun darauf antragen, sich seinen Visierstab zu fertigen, oder den Visierstab, welcher ihm von seiner Behörde übergeben wird, zu prüfen.

Rücksichtlich dessen kommt ihm nun zuvörderst alles darauf an, den Durchmesser eines Cylinders zu berechnen, der bey einer Höhe von einem zwölftheiligen Zoll, genau eine Maas, oder sonstige Unter-Abtheilung in sich enthält.

Es halte nun der Visier-Eimer 4755,456 zwölftheilige Cubic-Zolle, und werde in 64 Visier-Maase eingetheilt; so ist einmal der Inhalt einer Visier-Maas

$$\frac{4755,456}{64} = 74,304.$$ zwölftheilige Cub. Zolle.

Da sich nun das Quadrat zu dem Kreis, der in ihm stehet, verhält, wie 10000 : 7854 beynahe, so ist auch das Quadrat des Cylinders von einer Maas gleich

$$\frac{10000 \cdot 74,304}{7854} = 94,6065.$$

Wird nun hieraus die Quadrat-Wurzel gezogen, so ist der Durchmesser eines Cylinders, der in 1 Decimal-Zoll Höhe, genau eine Visier-Maas hält, gleich

$$\sqrt{94,606} = 9,726$$ Zoll beynahe;

oder 9^{II} „ 8^{III} „ $8\frac{1}{2}^{IV}$. in zwölftheiligem Maase.

Diesen Durchmesser theilet nun der Visierer, nach Art des verjüngten Maasstabs, auf Pappendeckel, oder auch auf einem hölzernen Lineal in 1000 Theile; und bedienet sich dieses Maasstabes, die Durchmesser für 2 „ 3 „ 4 . . . Maase nach demselben auf den Visierstab aufzutragen.

II. Ich

II. Ich habe zu diesem Behuf folgende Tabelle hier eingerückt.

Tabelle für die Fertigung eines cylindrischen Visierstabes.

Maase.	Durchmesser.	Maase.	Durchmesser.	Maase.	Durchmesser.	Maase.	Durchmesser.
1	1000	26	5099	51	7114	76	8717
2	1414	27	5196	52	7211	77	8775
3	1732	28	5291	53	7280	78	8817
4	2000	29	5385	54	7384	79	8888
5	2236	30	5477	55	7416	80	8944
6	2449	31	5577	56	7483	81	9000
7	2645	32	5656	57	7549	82	9055
8	2828	33	5744	58	7615	83	9110
9	3000	34	5831	59	7681	84	9165
10	3162	35	5916	60	7746	85	9219
11	3316	36	6000	61	7810	86	9273
12	3464	37	6082	62	7874	87	9327
13	3605	38	6164	63	7937	88	9380
14	3741	39	6245	64	8000	89	9434
15	3873	40	6324	65	8062	90	9486
16	4000	41	6403	66	8124	91	9539
17	4123	42	6480	67	8185	92	9591
18	4242	43	6557	68	8246	93	9643
19	4358	44	6633	69	8306	94	9695
20	4472	45	6708	70	8366	95	9746
21	4582	46	6782	71	8426	96	9798
22	4690	47	6855	72	8485	97	9848
23	4795	48	6928	73	8544	98	9899
24	4899	49	7000	74	8602	99	9949
25	5000	50	7071	75	8660	100	10000

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MUENCHEN

III. Dabey bestehet nun der Visier-Stab aus einem von hartem Holze in einer Länge von 8 Fußen gefertigten Stab, der in seiner Mitte getheilt ist, und allda vermittelst eines Diebels zusammen gesteckt werden kann, so daß er in seinen 2 Theilen zusammen gesetzt, ein Ganzes ausmacht.

Auf diesen Stab nun träget der Visierer zuvörderst auf einer Seite den landüblichen Fuß so oft auf, als es nach seiner Länge angehet; theilet jeden Fuß in seine 12 Zolle, und jeden Zoll wieder wenigstens in 8 gleiche Theile; und fertiget so das Höhen-Maas für Fässer, welche er mit diesem Stab visieren will. Diese Seite des Stabs heisse nun seine Längen-Seite.

Nach Beendigung dessen nimmt der Visierer, auf seinem landüblichen Fuß oder Zoll-Stab, welcher ihm von seiner Behörde mitgetheilt wird, den Durchmesser eines Cylinders ab, der bey ein Zoll Höhe, gerade eine Visier-Maas hält. Dieser ist nach (I.) genau $9^{II}\,8^{III}\,8\tfrac{1}{2}^{IV}$.

Diesen Durchmesser trägt der Visier auf die andere Seite des Stabs, indem er an seinem untern Ende, wie vorhin, anfängt, und schläget diesen Durchmesser auf dem Stab so oft um, als es angehet.

Er bekommt so mit dem ersten Auftrag den Durchmesser einer Maas; mit dem

1sten Umschlag den Durchmesser für 4. Maase.
2. - - - - - - - - - - - - - 9. - -
3. - - - - - - - - - - - - - 16. - -
4. - - - - - - - - - - - - - 25. - -
5. - - - - - - - - - - - - - 36. - -

u. s. w. nach der Tabelle.

Hat der Visierer den Durchmesser einer Maas in 1000 gleiche Theile abgetheilt, so nimmt er von demselben 1414 für die 2te Maas und 1732 für die 3te Maas, nach

nach der Tabelle ab; das ist: er setzt für die 2te Maas noch 414, und für die 3te Maas noch 732 an die erste daran; er fähret so mit dem Auftragen nach der Tabelle so lange fort, bis er das Ende des Stabs erreichet; und so seine Quadrat-Seite eingetheilt hat.

Am Ende werden nun die Nummern für die Maase, mit dem Bonzen in den Stab eingeschlagen, nachdem zuvor die Theilungsrisse für dieselbe, in den Stab gehörig eingerissen, oder eingeschnitten worden sind.

Um ferner mit dem Visier-Stab die Höhe des Fasses aufs sicherste abnehmen zu können, muß an das eine Ende desselben ein Hacken angesteckt werden können, oder auch an demselben feste seyn, der nach Fig. 15. geformt ist. Es muß AB wenigstens 6 bis 8 Zoll lang, und das Knie BC bis ein Fuß breit seyn; damit der Visierer den Stab auch bey Fässern von sehr starken Wölbungen noch gebrauchen kann. Uebrigens muß die Eintheilung des Stabs in dem Punct A anfangen, der mit dem Ansatz D in einerley Ebene liegt. Man findet diesen Punct A, wenn man einen Winkelhacken an D anlegt, während dessen anderer Schenkel an dem Stab selbst anlieget.

Diese Art der Visier-Stäbe mit dem Hacken ist schon alt; ich besitze einen dergleichen, der bereits 70 Jahre alt ist.

§. 4.

Der Stich-Riemen.

Da ferner dem Visierer, bey Visierung eines Fasses, dessen Stichzahl abzunehmen nothwendig ist, so bedarf er, außer seinem Visierstab, und seinem Zollstab, auch eines Riemens, welchen er in seiner Länge von 8 bis 10 Fußen, in seine Fuße und Zolle eintheilet; und es

müssen außerdem die ersten Zolle, noch in ihre Linien, oder jeder Zoll in 12 gleiche Theile getheilt werden.

Er glättet dabey die Theil-Striche mit einem stumpfen Messer in den Riemen ein, und schlägt mit dem Bonzen die ihnen zugehörigen Nummern bey; oder man kann auch die Striche mit Vortheil schwarz einlassen; damit sie besser ins Gesicht fallen.

Mit diesem Riemen gebraucht der Küfer auch seine Stich-Tafel, welche ich in folgender Tabelle beysetze.

Stich-Tafel für Fässer.

Stichzahl.	Verhältniß.	Stichzahl.	Verhältniß.	Stichzahl.	Verhältniß.
4	1,3333	7	1,1666	13	1,0833
4¼	1,3077	7½	1,1538	13½	1,0800
4½	1,2857	8	1,1428	14	1,0769
4¾	1,2666	8½	1,1333	14½	1,0747
5	1,2500	9	1,1250	15	1,0714
5¼	1,2352	9½	1,1235	15½	1,0690
5½	1,2222	10	1,1111	16	1,0666
5¾	1,2105	10½	1,1052	17	1,0625
6	1,2000	11	1,1000	18	1,0588
6¼	1,1905	11½	1,0952	19	1,0555
6½	1,1818	12	1,0909	20	1,0525
6¾	1,1739	12½	1,0869	21	1,0500

Die

Die Principien, worauf diese Tafel gegründet ist, sind folgende:

Nach §. 1. I. IIten Abschnitt mißt eine Daube in die andere, an ihren Enden einen Stich weniger, als in ihrer Mitte, oder im Wechsel; und das Faß gewinnt dadurch im Wechsel oder im Bauch, und an seinen Köpfen ein Verhältniß, das der Mehrheit seiner Dauben zukommt.

Wenn also ein Faß in seinem Wechsel 15,7 Fuß, und an seinen Köpfen 12,56 Fuße zum Umfang hat, so ist der Quotient, welchen man erhält, wenn man seinen Umfang an den Köpfen, in seinen Umfang am Bauche dividirt, oder

$$\frac{15,70}{12,56} = 1,2500.$$

Diesem Quotient entspricht in der Stich-Tafel die Stichzahl von 5 Stichen; und es ist deßwegen dieß Faß auf 5 Stiche aufgesetzt.

Fände man auf diesem Wege, für ein anderes Faß, den Quotienten = 1,1428; so zeiget dieser an, daß die Stichzahl dieses Fasses = 8, oder daß die Dauben dieses Fasses, nach einem Stichmodel von 8 Stichen gefügt sind.

§. 5.

Die Stichzahl zu finden, auf welche die Dauben eines Fasses gefüget sind.

I. Der Faß-Stich ist für den Visierer das erste Kennzeichen, das er an dem Faß abnehmen muß, das er visieren soll. Er ziehet deßwegen den Stich-Riemen §. 4. zunächst um die Mitte des Fasses, oder um seinen

Wech-

Wechsel; und nimmt so mit demselben den Umfang des Fasses ab; er umgiebt eben so das Faß nachgehends mit dem Stich-Riemen an den Enden der Faß-Dauben; dividiret letzteres Maas in ersteres, und schlägt den sich zeigenden Quotienten in der Stich-Tafel auf; in welcher für denselben die Stichzahl des Fasses neben stehet.

Es habe z. E. das Faß in seinem Wechsel 9,42 Fuße, und an seinen Köpfen 7,62 Fuße; so ist

$$\frac{942}{762} = 1,235.$$

Dieser Zahl entspricht in der Stich-Tafel §. 4. die Stichzahl $5\frac{1}{4}$; und es sind deßwegen bey diesem Faß, eine Daube in die andere, auf $5\frac{1}{4}$. Stich gefügt.

II. Wo der Stich-Riemen den Umfang des Fasses nicht umspannet, ziehet ihn der Visierer theilweise herum, macht sich an dem Faß ein Zeichen, wo er das anderemal ansetzen muß, und summiret so die genommenen Maase, für den Umfang des Fasses.

Im Nothfall, wo man den Stich-Riemen um das Faß nicht unten herum ziehen kann, begnüget sich der Visierer auch nur die Breite so vieler Dauben im Wechsel und an den Köpfen zu nehmen, als er dem Faß beykommen kann.

Es messen z. E. 8 Dauben im Wechsel 6. Fuße, während die nemlichen Dauben an ihren Köpfen 5. Fuße messen; so ist $\frac{6}{5} = 1,200$ der Quotient, welchem in der Stich-Tafel der Faß-Stich 6, oder 6. Stiche zukommen.

III. Dieser Fall tritt immer bey Ovalen- und Ey-Fässern ein. Da diese in ihren Seiten und Gewölben auf verschiedene Stiche gefügt seyn können, so muß der Visierer zunächst nach (II.) die Stichzahl, nach welcher

die

die Seiten-Dauben gefügt sind, mit dem Stich-Riemen abnehmen, und so die Stich-Zahl des ovalen Fasses finden; er muß nachgehends eben so auch den Faß-Stich suchen, auf welche die Dauben der Gewölbe des Fasses gefügt sind. Immer ist es dabey räthlich, den Riemen zu beyden Seiten des Fasses, und eben so auch an beyden Gewölben anzuschlagen; um im Fall sich, wegen schlechter Fügung der Dauben, Differenzen vorfänden, das Mittel nehmen zu können.

§. 6.

Die Höhe eines Fasses zu messen.

I. Wenn der Visierer die Höhe eines liegenden Fasses, das ist, den nächsten Abstand der Zargen seiner Spund-Daube, messen will, so legt er den Visierstab auf seiner Spund-Daube so auf, daß er mit der Mittel- oder Central-Linie des Fasses parallel liegt; ziehet nun den Stab in soweit an sich, bis der Ansatz D. des Stabs Fig. 15. an dem Boden anstößet, und macht nun in der Gegend des Spundes, oder auf dem Spund selbst ein Zeichen auf das Faß, indem er das Maas notiret, welches der Stab auf seiner obern oder langen Seite anspricht.

Er wendet nun den Stab um, und ziehet ihn in soweit an sich, bis der Ansatz des Stabs auch an dem einen Boden anstößet, und notiret das Maas bis zum gemachten Zeichen: er addiret nun beyde Maase zusammen, für die Höhe des Fasses.

War z. E. das erste Maas gerade 3 Fuße und 10 Zolle; das andere aber 3 Fuße und 9 Zolle; so ist die Höhe des Fasses

$$3'' 10 + 3'' 9 = 7' '' 7''.$$

II. Ist

II. Ist das Faß aufrechtstehend, so legt der Visierer den einen Theil, oder die eine Hälfte des Stabs, oben über die Spund- und Lager-Daube; stösset die andere Hälfte an jener an, so daß der Stab mit der Mittel-Linie des Fasses parallel ist, und macht sich in der Mitte des Fasses ein Zeichen; er setzet nun den Stab auf dem Lager des Fasses auf, und mißt den Abstand des Zeichens von diesem: addiret indessen beyde Maase, und ziehet von der Summe die doppelte Höhe der Köpfe oder Frösche der Spund-Daube ab.

Es sey z. E. das erste Maas = 4 Fuß; das andere 3′ „ 11″; so ist die Höhe des Fasses mit Inbegriff der Köpfe seiner Dauben = 7′ „ 11″.

Nun ist aber die Höhe des Kopfes der Spund-Daube = 2 Zolle; also ist die Höhe des Fasses, oder der nächste Abstand der Zargen seiner Spund-Daube

= 7′ „ 11″ — 4″ = 7′ „ 7″.

§. 7.

Die Senkung der Böden eines Fasses zu messen.

Bey Fässern sind öfters beyde Böden, öfters auch nur ein Boden gesenkt, §. 7. I. Abschnitt; letzteres ist gerne der Fall bey Standfässern, die in Kellern aufrechtstehend ihre Dienste leisten.

Will nun der Visierer die Senkung eines Bodens messen, so leget er den Visierstab an beyde Seiten-Dauben des Fasses; sticht nun mit seinem Zollstab zuvörderst dicht an den Dauben oder nach ihrer Zarge hinunter, und siehet auf dem Zollstab nach, was der anliegende Visierstab auf ihm abschneidet; er notirt beyde Maase, die sich

sich an beyden Seiten-Dauben ergaben; und macht nun auch in der Mitte des Faßbodens den Abstich; ziehet nun von diesem den Abstich an den Zargen ab, und erhält in dem Ueberschuß die Senkung des Bodens.

Es sey z. E. der Abstich für die eine Seiten-Daube $= 1\frac{7}{8}$, für die andere $2\frac{1}{8}$, und für die Mitte des Bodens $= 5$ Zolle befunden worden.

Für diesen Fall müssen die Abstiche der Zargen zuvörderst äquirt werden; nemlich

$$\frac{2\frac{1}{8} + 1\frac{7}{8}}{2} = 2 \text{. Zolle;}$$

mithin ist die Boden-Senkung $= 5 - 2 = 3$ Zolle.

Immer ist es räthlich, daß der Visierer auch für den andern Faßboden die Abstiche nimmt, um sich zu überzeugen, ob derselbe eine Senkung habe, oder ob seine Senkung auch der Senkung des andern gleich seye?

§. 8.

Die Spund-Tiefe eines Fasses zu messen.

I. Da die Küfer die Spund-Daube gerne in der Mitte stärker als die übrigen lassen, damit sie für den Spund mehr Fläche hat, so muß der Visierer zuvörderst die Dicke der Dauben ausgleichen.

Er mißt nemlich die Dicke der Dauben an den Köpfen, zählet ihre Dicken zusammen, und dividiret die Summe durch die Anzahl der gemessenen Dauben.

Ist diese z. E. für das zu visierende Faß gerade ein Zoll, so macht der Visierer in dem geöffneten Spundloch ein Zeichen, auf einen Zoll tief; sticht nun den Visier-Stab durch das Spundloch, richtet ihn senkrecht auf die

Mittel-

Mittel-Linie des Fasses, so weit er dieß nach dem Augenmaas treffen kann; bemerkt nun an der Quadrat-Seite des Stabes, wie viel Maase das Zeichen im Spundloch abschneidet; und notiret diese für die Spund-Tiefe des Fasses.

II. Wo das Faß kein Spundloch hat, oder auch dasselbe nicht geöffnet werden darf, muß der Visierer die Spund-Tiefe durch Rechnung finden!

Er mißt nemlich mit dem Stich-Riemen §. 4. den Umfang des Fasses in seinem Wechsel oder in der Spundebene, und proportioniret dieselbe zu 22 : 7.

Es sey z. E. der Umfang der Spundebene zu 12,57. Fußen gemessen worden; so ist

$$22 : 7 = 12{,}57 : 4.$$

Der Durchmesser des Fasses in seinem Wechsel wäre also 4 Fuß; hievon muß nun noch die doppelte Dauben-Dicke, z. E. 2 Zolle, abgezogen werden; verbleibet daher für die Spund-Tiefe 3′„ 10″. Es siehet nun der Visierer auf der Quadrat-Seite seines Stabes nach, wie viel Maase dieser Tiefe entsprechen; und notiret diese für die Spund-Tiefe.

III. Wo der Visierer das Faß in seiner Mitte nach seinem Umfang nicht messen kann, begnüget er sich nach §. 5. II. seine Stichzahl zu suchen; und mißt nun die Weite des Fasses über seinen Köpfen. Da nun das Faß an seinen Köpfen immer um einen Stich weniger, als in seinem Wechsel mißt, so kann er hieraus den Durchmesser des Fasses finden.

Es sey z. E. das Faß auf 6. Stiche aufgesetzt, und messe an seinen Köpfen 4 Fuße; mithin verhält sich für dieses Faß

5 Stiche : 6 Stiche = 4 Fuße : $4\frac{4}{5}$. Durchmesser.

Von

Von diesem die doppelte Dauben-Stärke abgezogen, verbleibt die Spund-Tiefe des Fasses mit 4′ „ 9″ „ 7‴.

Dieses Verfahren findet insbesondere bey rundeckichten Fässern Anwendung, und bey solchen, deren Spundloch nicht geöffnet werden darf.

§. 9.

Den Inhalt eines Faß-Bodens zu finden.

Jeder Boden nimmt in dem Faß einen Raum ein, der um so größer ist, je weiter der Boden, je stärker er in Holz, und je größer seine Senkung ist.

Von allen diesen Dingen kann der Visierer einzig die Senkung messen, nach §. 7.; während er die Stärke der Zarge, und die Stärke des Bodens in seiner Mitte, und die Art seiner Abflächung aus andern Fässern supponiren muß, welche in der Provinz, in welcher das Faß aufgesetzt wurde, gemacht werden. Diese Sachkenntniß muß sich der Visierer in seiner Lehr-Zeit von Fässern erwerben, deren Böden nach Umständen bey Reparaturen in den Werkstätten der Küfer ihm zu Gesichte kommen. Er muß sich deßwegen Erfahrungs-Maximen sammlen, wie stark man da oder dort, die Zargen und Boden-Tafeln, für Fässer von gewisser Größe annimmt, §. 7. I. Abschnitt.

Diese Kenntniß ist für den Visierer äußerst wichtig, weil der Inhalt der Faß-Böden auf das Visieren der Fässer nahen Einfluß hat!

Es nimmt daher der Visierer zuvörderst mit der Quadrat-Seite seines Stabes, die Weite des Bodens; er nimmt nach §. 7. mit dem Zoll-Stab seine Senkung; und notiret nun für die Zarge, und für die Boden-Dicke

im Ganzen das, was ihm seine Erfahrungen hierüber lehren.

Gesetzt nun, es messe der Boden auf der Quadrat-Seite $22\frac{1}{6}$ Maase; und der Visierer könne für die Stärke der Zarge $\frac{3}{4}$ Zolle, und für die Boden-Tafeln überhaupt $2\frac{1}{2}$ Zolle annehmen; und habe die Senkung zu 3 Zoll gemessen.

So addiret er nun zu der Dicke des Bodens die Dicke der Zarge, und halbiret die Summe; von dieser ziehet er nachgehends $\frac{1}{4}$ der Boden-Senkung ab, und findet so in dem Rest die Höhe des Cylinders, der mit dem Boden in gleicher Weite gleichen Inhalt hat, §. 10. I. Abschnitt.

Für diesen Fall ist also

die Stärke der Bodentafeln $2\frac{2}{4}$ Zoll,

der Zarge $\frac{3}{4}$

$\frac{13}{4}$.

Diese halbirt, machen $\frac{13}{8}$ oder $1\frac{5}{8}$ Zolle,

$\frac{1}{4}$ der Senkung $\frac{6}{8}$ abgezogen,

verbleiben $\frac{7}{8}$ Zoll für die Höhe des Cylinders.

Mithin kommt von dem Faß für diesen Boden in Abzug

$$22\frac{1}{6} \times \frac{7}{8} = 19\frac{3}{8}. \text{ Maas.}$$

Hätte der Boden keine Senkung, so wäre sein Inhalt

$$22\frac{1}{6} \times \frac{13}{8} = 36 \text{ Maas beynahe.}$$

Die übrigen $16\frac{5}{8}$ Maas kommen dem Faß wegen der Senkung des Bodens zu gute, nach welcher sich das Flüssige nach den Seiten-Dauben verbreitet. §. 8. VII. Abschnitt I.

§. 10.

§. 10.

Den Durchmesser des Faßgleichen Cylinders zu finden.

Der Faßgleiche Cylinder, ist hier ein Cylinder, der bey gleicher Höhe mit dem runden Faß, mit ihm auch gleichen Inhalt hat.

Dabey hat nun der Durchmesser dieses Cylinders, zu dem mittlern ausgeglichten Durchmesser des Fasses, immer ein gewisses Verhältniß, das sich aus folgender Cylinder-Tabelle ergiebt, in welcher aus den in §. 9. III. des I. Abschnitts angesetzten Zahlen das Mittel genommen ist.

Stichzahl.	Durchmesser.	Stichzahl.	Durchmesser.
4	10436	9	10189
$4\frac{1}{2}$	10381	10	10162
5	10342	12	10138
6	10285	14	10117
7	10258	16	10104
8	10212	18	10087

Nun erhält aber der Visierer den mittlern Durchmesser eines Fasses, wenn er seine Spund-Tiefe und Boden-Weite zusammenzählet, und die Summe halbiret.

Es sey z. E. die Spund-Tiefe eines Fasses mit der Quadrat-Seite des Visierstabes zu $35\frac{2}{7}$ Maas, und die Boden-

Boden-Weite zu $22\frac{2}{5}$ Maas gemessen worden; so ist der mittlere Durchmesser des Fasses

$$\frac{35\frac{2}{5} + 22\frac{2}{5}}{2} = 28\tfrac{9}{10}.\ \text{Maase.}$$

Mit diesem stehet nun der Durchmesser des Faßgleichen Cylinders in einem Verhältniß, das mit der Stichzahl des Fasses in nächster Beziehung ist.

Dieß Verhältniß ist nach der beygesetzten Cylinder-Tafel, für ein Faß von 5 Stichen, wie 10000 : 10342.

Es ist daher für dieses Faß

$$10000 : 10342 = 28{,}9 : 29{,}89.\ \text{beynahe.}$$

Der Durchmesser des Faßgleichen Cylinders wäre also für dieses Faß = 29,89 oder $29\frac{89}{100}$ Maas beynahe.

§. 11.

Ein rundes Faß zu visieren.

Wenn der Visierer ein rundes Faß visieren will, so mißt er

1. die Spund-Tiefe und Boden-Weite des Fasses mit dem Visierstab, nach §. 8.
2. die Höhe des Fasses, nach §. 6.
3. nimmt er von dem Faß die Stichzahl ab;
4. mißt er die Senkung der Faß-Böden, und schätzt ihre Stärke mit der Zarge, nach §. 9., und notiret sich indessen die entsprechenden Maase.

Nach diesen gegebenen Stücken berechnet der Visierer zuvörderst den mittlern Durchmesser des Fasses, und aus diesen, nach §. 10., den Durchmesser des Faßgleichen Cylinders; multipliciret diesen in die Höhe des Fasses: so ergiebt

ergiebt sich sein Inhalt durch seine ganze Höhe. Wird von diesem der Inhalt der Böden abgezogen, nach §. 9.: so bleibet der Inhalt des Fasses übrig, in landüblichen Maasen, die hernach auf die Eimer oder höhere Einheiten gebracht werden können.

Es sey z. E. gemessen worden bey einem Fasse von 6 Stichen:

Spund-Tiefe = 36 Maase.	ganze Boden-Dicke = 3 Zoll.
Boden-Weite = 30 Maase.	Zargenstärke . . = 1 . . .
Höhe . . = 72 Zolle.	Senkung . . . . = 0.

Für dieses Faß ist also einmal sein

mittlerer Durchmesser $\frac{36 + 30}{2} = 33$, der Factor = 10285, nach §. 10.

Mithin ist	(Bodenstärke.
10000 : 10285 = 33 : 33,94 Ms.	$\frac{3+1}{2} = 2$. Zoll, mittlere
72 Höhe	30. Maas Bodenweite.
Inhalt 2343,68 Ms.	60.
	2
	Inh. 120 Mse d. Böden.

2343,68 Inhalt des Fasses in s. Höhe.
120,00 . . . . der Faßböden.

Inhalt des Fasses = 2223,68 Maase.

Dividirt man diese Maase mit dem Eimer von 64 Maasen, so hält das Faß 34 Eimer und $47\frac{68}{100}$ einer Maas.

§. 12.

Ein nicht volles rundes Faß zu visieren.

Wenn das Faß nicht ganz voll ist, und der Visierer den Inhalt des in ihm befindlichen Flüssigen angeben soll,

soll, so bringt er das Faß durch Keile vorerst in eine Lage, wobey die Mittelpuncte seiner Böden, von dem horizontalen Lager gleich weit abstehen.

Er nimmt nun die Maase an dem Faß, als wenn er es nach §. 11. ganz voll visieren wollte; siehet nun nach, wie weit das Flüssige die Längen-Seite des Stabes naß gemacht hat; und trägt nun darauf an, für die gefundene Wein-Nässe, den Tafel-Pfeil zu finden.

Für das Faß §. 11., dessen Inhalt zu 2223,68 Maasen visieret wurde, seye z. E. die Spund-Tiefe zu 60 Zollen, und die Wein-Nässe zu 20 Zollen befunden worden.

Denkt sich nun der Visierer die Spund-Tiefe in 100 gleiche Theile abgetheilt, so findet er nach folgender Proportion, wie viel solcher Theile auf die Wein-Nässe gehen; und diese machen den sogenannten Tafel-Pfeil in der Cirkelschnitz-Tafel aus; nemlich

$$100 : 60 = 20 : 12.$$

Der Tafel-Pfeil wäre also hier = 12 Theile von solchen, deren die Spund-Tiefe 100 hat.

Denket sich ferner der Visierer die Fläche der Spundebene in 100000 gleiche Theile abgetheilt, so ist nach solchen Theilen, die Fläche des Segments oder Cirkelschnitzes für diesen Pfeil, nach der Tabelle, = 6797; mithin verhält sich auch der Inhalt des vollen Fasses zu dem, was dermalen in ihm ist, oder zu seiner Abweinung, wie die ganze Cirkel-Fläche zu jenem Segment; oder es ist

$$100000 : 6797 = 2223 \text{ Maase} : 151 \text{. Maasen.}$$

Die verlangte Abweinung wäre also 151. Maase, beynahe.

Wäre die Wein-Nässe statt 20 Zollen, wirklich 24 Zolle befunden worden; so ist wie vorhin

$$100 : 60 = 24 : 14\tfrac{4}{10}.$$

Nun

Nun ist aber in der Tafel das Segment

für 14 Theile = 8509.
-- 15 --- = 9406.

Differenz 897.

Denket sich nun der Visierer den Unterschied 15—14, oder einen Theil in 10 gleiche Theile abgetheilt, so ist auch beynahe

$$10 : 4 = 897 : 358,8.$$

Ist nun das Segment

für 14 Theile = 8509; so ist es auch
für $14\frac{4}{10}$ -- = 8509 + 359 = 8868.

und es wäre hiemit für das vorige Faß

$$100000 : 8868 = 2223 : 197.$$ Maaße Abweinung.

Da die Cirkelschnitz-Tafel für die Abweinung der Fässer gebraucht wird, so setze ich sie hier bey.

Cirkelschnitz-Tafel.

Cirkel-Fläche = 100000.

Pfeil.	Segment.	Pfeil.	Segment.	Pfeil.	Segment.	Pfeil.	Segment.
1	169	26	20659	51	51273	76	81545
2	477	27	21783	52	52545	77	82642
3	874	28	22920	53	53817	78	83688
4	1341	29	24070	54	55087	79	84734
5	1869	30	25231	55	56355	80	85762
6	2449	31	26403	56	57621	81	86771
7	3077	32	27586	57	58883	82	87759
8	3747	33	28779	58	60142	83	88727
9	4457	34	29981	59	61396	84	89672
10	5204	35	31191	60	62646	85	90593
11	5984	36	32410	61	63891	86	91490
12	6797	37	33636	62	65130	87	92360
13	7639	38	34869	63	66363	88	93202
14	8509	39	36108	64	67589	89	94015
15	9406	40	37353	65	68808	90	94795
16	10327	41	38603	66	70018	91	95542
17	11272	42	39857	67	71220	92	96252
18	12240	43	41116	68	72413	93	96922
19	13228	44	42378	69	72596	94	97550
20	14237	45	43644	70	74768	95	98130
21	15265	46	44912	71	75929	96	98618
22	16311	47	46182	72	77079	97	99125
23	17375	48	47454	73	78216	98	99522
24	18454	49	48726	74	79340	99	99830
25	19550	50	50000	75	80449	100	100000

§. 13.

§. 13.

Ein rundeckichtes Faß zu visieren.

Wenn der Visierer ein rundeckichtes Faß visieren will, so muß er dasselbe zuvörderst auf ein rundes bringen, in dessen Spundebene das eckichte Faß stehet.

Er muß deßwegen die Spundebene und Böden mit der Höhe des Fasses, mit der Höhen-Seite seines Stabes messen, und für diese Maase den Durchmesser des Cirkels suchen: er kann nach diesen Maasen das Faß visieren, und muß am Ende dasselbe noch auf das Vieleck bringen.

Da hiezu Tabellen am dienlichsten sind, so füge ich beyde hier einschlagende Tafeln bey.

Eck.	Durchmesser.	Fläche.	Eck.	Durchmesser.	Fläche.
6	11547	82700	14	10260	96626
8	10824	90032	16	10172	97450
10	10515	93550	18	10154	97982
12	10360	95493	20	10124	98363

Es habe z. E. der Visierer an einem 12eckichten Fasse von 6. Stichen gemessen

die Spund-Tiefe = 69½ Zolle,
Bodenweite = 58 ...
Höhe = 72 ...
Bodenstärke = 3 ...
Zargen = 1 ...
Senkung = 0 ...

Nun verhält sich, nach der beygesetzten Tabelle, für das Zwölf-Eck die Spund-Tiefe des 12eckichten Fasses

zu der Spund-Tiefe des runden, wie 10000 : 10360; es muß daher der Visierer seine gemessene Spund-Tiefe und Boden-Weite, zunächst nach diesen Zahlen proportioniren; nemlich hier

10000 : 10360 = $69\frac{1}{2}$: 72 Zoll. ‖ 10000 : 10360 = 58 : 60 Zoll.

Die Spund-Tiefe des runden Fasses würde also 72, und die Boden-Weite 60 Zolle seyn.

Indem nun der Visierer auf seinem Visierstab die 72 und 60 Zolle nachsiehet, findet er, daß auf der Quadrat-Seite seines Stabes, diesen gerade 55 und 36 Maase gegenüber stehen!

Er berechnet deßwegen ein rundes Faß von 6. Stichen, dessen mittlerer Durchmesser $\frac{55+36}{2}$ oder $45\frac{1}{2}$ Maas ist, nach §. 11., und findet seinen Inhalt folgendermaßen.

Nach der Tabelle §. 10. ist für ein Faß von 6 Stichen 10000 : 10285 = $45\frac{1}{2}$: $46\frac{4}{5}$.

$46\frac{4}{5}$ Maas Durchmesser,
72 Zoll Höhe des Fasses,
$3369\frac{3}{5}$ Inhalt.

Es ist ferner

36 Maas Boden-Weite,
2 Zoll . . . Stärke.
72 Maas ein Boden.
2
144 die 2 Böden.
$3369\frac{4}{5}$
$3225\frac{3}{5}$ Maase Inhalt des Fasses.

Dieß runde Faß verhält sich nun zu dem 12eckichten von gleichem Halbmesser, nach der Tabelle, wie 100000 : 95493; er setzt deßwegen folgende Proportion an:

100000 : 95493 = 3225,6 : $3079\frac{1}{2}$ Maase,

und

und findet so den Inhalt des Fasses zu $3079\frac{1}{2}$ Maasen; die er nachgehends auf Eimer bringen kann.

§. 14.

Ein nicht volles rundeckichtes Faß zu visieren.

Bey Visierung solcher Fässer, die nicht voll sind, benimmt sich der Visierer im Ganzen eben so, als wenn er nach §. 13. das volle rundeckichte Faß visieren sollte. Er nimmt deßwegen die Spund-Tiefe, Boden-Weite, Höhe und Stichzahl des Fasses ab, mit dem, was er wegen der Böden sonst vornehmen muß; und bemerkt noch aussserdem die Wein-Nässe an der Höhen-Seite seines Visierstabs, die er ebenfalls auf das runde Faß auf folgende Art bringt.

Es sey z. E. für das Faß in §. 13. die ganze Spund-Tiefe $= 69\frac{1}{2}$ Zolle, und die Wein-Nässe $= 22\frac{3}{4}$ Zolle.

Bringt nun der Visierer dieß 12eckichte Faß auf sein rundes, so findet er nach §. 13. die Spund-Tiefe des runden Fasses gerade 72 Zolle; welche von der Spund-Tiefe des eckichten Fasses nur um $72 - 69\frac{1}{2}$ oder $2\frac{1}{2}$ Zolle verschieden ist; davon ist die Hälfte $1\frac{1}{4}$ Zolle.

Diese $1\frac{1}{4}$ Zolle addiret nun der Visierer zu seiner gemessenen Wein-Nässe, um auch diese auf das runde Faß zu bringen, und findet so die Wein-Nässe des runden Fasses, von $22\frac{3}{4} + 1\frac{1}{4}$ oder von 24 Zollen.

Denkt er sich nun die Spund-Tiefe des runden Fasses in 100 gleiche Theile abgetheilt, so ist, wie in §. 12.

$$100 : 72 = 24 : 17{,}3. \text{ beynahe;}$$

oder der Tafel-Pfeil ist 17,3. beynahe.

Nun

Nun ist in der Cirkelschnitz-Tafel das Segment für

den Pfeil 17 gerade 11272,

. . . . 18 12240

Differenz 1068; mithin

$$10 : 3 = 1068 : 320.$$

Diese 320 werden deßwegen zu dem Segment 11272 addiret, um das Segment für den Pfeil $17\frac{3}{10}$ mit 11592 zu erhalten.

Da nun der Inhalt des runden Fasses von 3225 Maasen in §. 13. visieret wurde; so ist ferner

$$100000 : 11592 = 3225 : 373,8;$$

welche nun weiters auf das Zwölf-Eck gebracht werden; nemlich

$$100000 : 95493 = 373\frac{4}{5} : 357.$$

Es wäre demnach der Inhalt des Flüssigen in dem Fasse 357 Maase beynahe.

§. 15.

Den Grundstich bey einem ovalen Faß abzunehmen.

I. Wenn der Visierer ein ovalrundes Faß visieren soll, so muß er zuvörderst die Stichzahl wissen, nach welcher sein Setzboden von dem Küfer eingetheilt wurde; weil von dieser zunächst die Figur des Fasses im Ganzen abhängt.

Diese ließe sich nun wohl an den Böden abnehmen, wenn nicht die Küfer beym Fügen der Gewölb-Dauben gar zu gerne willkührlich handelten, und diese auf beliebige Stichzahlen fügten. So fügen einige die Gewölb-Dauben auf halb so viel Stiche als wie die Seiten-Dauben; andere fügen sie auf $\frac{3}{4}$ derselben; während wieder

andere

andere sich gar keine feste Regel nehmen, und deßwegen die Gewölb-Dauben nur auf beliebige Stiche fügen.

Da nun die lange Axe des Faßbodens von der Stichzahl seiner Gewölb-Dauben zunächst abhängig ist, und bey der nemlichen kurzen Axe um so kürzer ausfällt, je niedriger die Stichzahl ist, auf welche die Gewölb-Dauben gefügt werden; so ist deßwegen der Faßboden für die Aufsuchung des Grundstichs des ovalen Fasses nicht zu gebrauchen: man muß ihn also in der Spundebene selbst abnehmen.

Weil nun für einen gewissen Grundstich des Fasses, die lange und kurze Axe seiner Spundebene, immer ein gewisses Verhältniß haben, so läßt sich auch sein Grundstich finden, wenn man für verschiedene Arten dieser Fässer, jenes Verhältniß weiß, und das von dem Faß abgenommene auf ein solches bringen kann.

Ich habe deßwegen für die gewöhnlichen Grundstiche ovaler Fässer das Verhältniß ihrer langen Axe zur kurzen berechnet, und setze sie in folgender Tabelle bey.

Grundstich.	Seitenweite.	Grundstich.	Seitenweite.
8	7560	16	4772
10	6340	18	4510
12	5624	20	4308
14	5120	22	4144

Wenn daher der Visierer den Grundstich eines ovalen Fasses abnehmen will, so muß er seine lange Axe, oder die Spund-Tiefe des Fasses, auch seine kurze Axe, oder

oder die Seitenweite desselben messen; und diese auf folgende Art nach den Zahlen der Tabelle proportioniren.

Es sey z. E. die Spund-Tiefe des Fasses zu 6 Fußen, und die Seitenweite, nach Abzug der doppelten Dauben-Dicke, zu $3\frac{4}{7}$ Fußen befunden worden. Für diesen Fall ist nun

$$6 : 3\tfrac{4}{7} = 10000 : 6333.$$

Dieser Zahl kommt in der Tafel die Zahl 6340 am nächsten; es ist also der Grundstich des ovalen Fasses 10 Stiche; und die kleine Abweichung kommt nur von der ungleichen Fügung der Dauben her.

Uebrigens kann sich ein Visierer durch Uebung die Fertigkeit bald erwerben, den Grundstich eines ovalen Fasses, aus der Ansicht seiner Form zu schätzen; weil diese sich mit der Stichzahl auffallend ändert.

II. Mit der Form des Ovals ändert sich auch seine Fläche; sie wird um so kleiner, je länger und schmäler die Ovale wird.

Wenn man sich nemlich ein Quadrat denkt, dessen Seite der langen Axe des Ovals gleich ist, und dieses Quadrat sich in 10000 gleiche Theile abgetheilt gedenket, so ist die Fläche der Ovalen, für nachstehende Stichzahlen, folgende:

Stich.	Fläche.	Stich.	Fläche.
8	6018	16	3703
10	5034	18	3473
12	4422	20	3294
14	4005	—	—

Für

Für ein Oval auf 14 Stiche, dessen lange Axe 6 Fuße hat, ist also

$$10000 : 4005 = 36 : 14{,}418.$$ Quadrat-Fuße.

§. 16.

Visierstab für ovale Fässer.

In Gegenden, wo ein Visierer sehr viel mit Oval-Fässern von einerley Grundstichen zu thun hat, fördert es seine Arbeiten ungemein, wenn er sich für die seines Orts gewöhnlichen ovale Fässer eigene Visierstäbe fertiget, oder wenigstens auf seinem Visierstab, auch für diese die Eintheilung einschneidet.

Will nun der Visierer sich die Eintheilung der Flächen-Scala auf seinen Visierstab fertigen, so dividiret er den Inhalt einer landüblichen Visier-Maas, §. 3. I., mit der dem Grundstich des Ovals entsprechenden Flächen-Zahl aus §. 15. II.; ziehet aus dem Quotienten die Quadrat-Wurzel; theilet diese in 1000 gleiche Theile, und trägt so die Theilungs-Puncte für 2 „ 3 „ 4 ... Maase, nach der Tabelle §. 3. II., auf.

Nach §. 3. I. ist der Inhalt einer Baierischen Maas 74,304 zwölftheilige Cubic-Zolle; und für ein Oval von 8 Stichen, die Flächen-Zahl = 0,6018, nach §. 15. II.; es ist mithin die lange Axe eines ovalen Prisma, das bey einem Zoll Höhe genau eine Maas hält, gleich

$$\sqrt{\frac{74{,}304}{0{,}6018}} = \sqrt{\frac{743040}{6018}} = 11{,}112 \text{ Zolle.}$$

Diese 11 „ 112 Zolle nimmt nun der Visierer auf seinem Zollstab ab, theilet sie in 1000 Theile, nach Art eines verjüngten Maasstabes, und träget nun, nach §. 3. III., die

die Puncte für 2 „ 3 „ 4 ... Maase, wie allda für den Cylinder auf.

Uebrigens fallen die langen Axen für Ovale von einer Baierischen Maas immer länger aus, je höher die Stichzahl des Ovals ist; wie folgende Tabelle zeiget:

Stichzahl.	Durchmesser.	Stichzahl.	Durchmesser.
8	11 „ 112 Zoll	16	14 „ 165 Zoll
10	12 „ 196 . .	18	14 „ 929 . .
12	12 „ 963 . .	20	15 „ 019 . .
14	13 „ 621 . .	—	—

§. 17.

Die Axe der Faßgleichen Ovale.

Ich habe für runde Fässer den Durchmesser des Faßgleichen Cylinders in §. 10. aufgesucht, mithin das Faß auf einen Cylinder gebracht, der bey gleicher Höhe mit dem Faß, auch gleichen Inhalt mit ihm hat.

Mir scheinet es daher am schicklichsten, das ovale Faß auf einen prismatisch-ovalen Körper zu bringen, der bey gleicher Höhe mit dem Faß, auch seines Inhaltes ist. Alles kommt daher darauf an, die lange Axe dieses ovalen Körpers, dessen Ovale den Grundstich des Fasses hat, vorerst zu finden; um nach ihm das Faß selbst nach seinem Inhalt berechnen, oder visieren zu können.

Deßwegen gehe ich zunächst wieder von der mittlern, oder ausgeglichten Axe des Fasses aus; und multiplicire

plicire diese ausgegleichte Axe, in einen Factor, der von den Stichen abhängig ist, in welche die Seiten- und Gewölb-Dauben des Fasses gefügt sind.

Für diesen Factor fand ich, daß es genüge, wenn man aus den für die Dauben-Stiche in §. 10. angesetzten Zahlen, das Mittel nimmt; und so mit dem Factor die ausgeglichene Axe des Fasses multipliciret.

Wenn daher ein Visierer die Axe der Faßgleichen Ovale finden will, so nimmt er mit dem Visierstab, welcher für seinen Grundstich paßt, §. 16., die Spund-Tiefe, und Boden-Weite ab; addiret beyde, und nimmt aus der Summe die Hälfte, für die mittlere Axe des Fasses.

Er nimmt ferner die Stichzahl der Seiten-Dauben, und auch der Gewölb-Dauben ab, nach §. 5.; siehet nach, was für Zahlen in der Tabelle §. 10. diesen Stichzahlen entsprechen; nimmt aus beyden das Mittel, und multipliciret mit diesem Factor, die mittlere Axe des Ovals, so giebt das Product die Axe des Faßgleichen ovalen prismatischen Körpers.

Es habe z. E. die Spund-Tiefe des Fasses 75, und die Boden-Weite 52 Maas auf der Quadrat-Seite des Ovalstabes gemessen; so ist einmal die mittlere Axe des Fasses gleich $\frac{75 + 52}{2} = 63\frac{1}{2}$ Maas. Nun sind die Seiten-Dauben des Fasses auf 8. Stiche, und seine Gewölb-Dauben auf 4. Stiche gefüget. Für erstere aber stehet in §. 10. die Zahl 10212; für die andere aber 10436; mithin ist der Factor $= \frac{10212 + 10436}{2} = 10324$. Man findet daher die Axe des Faßgleichen Ovals durch folgende Proportion.

$$10000 : 10324 = 63\tfrac{1}{2} : 65\tfrac{6}{10}.$$ Maas beynahe.

Ein

Ein ovaler prismatischer Körper, der einerley Grundstich und Höhe mit dem Faß hat, dessen lange Axe $65\frac{6}{10}$ Maas ist, hat daher auch mit dem Faß einerley Inhalt.

§. 18.

Ein ovales Faß zu visieren.

I. Ein ovales Faß zu visieren, nimmt der Visierer

1. den Grundstich des Fasses ab, nach §. 15., um seine Art zu erkennen.
2. Mißt er mit seinem Ovalstab, welcher dem Grundstich des Fasses entspricht, die Spund-Tiefe, und Boden-Weiten des Fasses, und mittelt seine ausgegleichte Axe in Maasen aus, nach §. 17.
3. Mißt er mit der Längen-Seite seines Stabs, die Höhe des Fasses, §. 6.; so wie die Senkung der Böden, mit den nöthigen Schätzungen, §. 9.
4. Nimmt er die Stichzahl für die Seiten- und Gewölb-Dauben ab, §. 5.; und berechnet nun die lange Axe des Faßgleichen Ovals, nach §. 17.

Wird nun diese lange Axe, in die Höhe des Fasses multiplicirt, so ergiebt sich sein Inhalt, in landüblichen Maasen; und es muß von diesem noch der Inhalt der Faß-Boden abgezogen werden; der Ueberschuß wird nachgehends auf die höhere Einheit, z. E. auf Eimer, Ohme, u. dgl. reducirt.

Es sey z. E. die Höhe des Fasses in §. 17. gerade 96 zwölftheilige Zolle; und die lange Axe seines Ovals $65\frac{6}{10}$ Maase, nach §. 17.; so ist der Inhalt des Fasses in seiner ganzen Höhe

$$96 \cdot 65\tfrac{6}{10} = 6477 \text{. Maase,}$$

wovon

wovon noch der Raum abgezogen werden muß, welchen die Böden im Faß einnehmen.

Nun mißt für dieses ovale Faß von 8. Stichen, die lange Axe seiner Böden, nach §. 17., gerade 52 Maase; und es ist die Stärke seiner Böden in der Mitte auf 3 Zoll, die Zarge auf ein Zoll zu erachten, und die Senkung zu 2 Zollen gemessen worden.

Für diesen Boden ist also, nach §. 9., die äquirte Höhe gleich

$$\frac{3+1}{2} - \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{3}{2} \text{ Zolle};$$

mithin der Inhalt in Maasen $= \frac{3}{2} \cdot 52 = 78$ Maase; es verbleibet daher auch der Inhalt des Fasses mit 6321 Maasen.

II. Nach dem eben erläuterten Verfahren, müßte der Visierer für das zu visierende ovale Faß, einen Visierstab haben, der ganz nach dem Grundstich des Setzbodens des Fasses eingerichtet ist, §. 16.

Da aber dieses nicht immer der Fall ist, und der Visierer in Ermangelung solcher Oval-Stäbe, nur seinen allgemeinen Cylinder-Visierstab, §. 3., bey Handen hat, oder anwenden kann, so kommt es nun noch darauf an, zu zeigen, wie der Visierer auch mit dem gewöhnlichen Cylinder-Stab, ovale Fässer von allen möglichen Grund-Stichen, eben so genau und sicher, als mit den für sie geeigneten Oval-Stäben visieren könne.

In solchen Fällen, verfähret der Visierer, mit seinem Cylinder-Stab gerade so, wie in (I.) mit dem Oval-Stab; nur muß er die abgenommenen Maase erst reduciren.

Da nemlich Cylinder in gleichen Höhen, sich wie die Quadrate ihrer Durchmesser verhalten; und für ein Oval von

von 8 Stichen das Quadrat des Cylinders, einer Maas, zum einmäßigen Ovale von 8 Stichen, sich verhält, wie die Zahlen 6018 : 7854. nach §. 24. II. Abschnitt I.; so ist deßwegen auch jedes mit dem Oval-Stab für 8 Stich, an dem Faß abgenommenen Quadrat-Maas, nach den Zahlen 7854 : 6018. zu reduciren.

Es habe z. E. der Visierer mit seinem Cylinder-Stab, die Spund-Tiefe des Fasses §. 17. zu 98 Maasen, und die Boden-Axe zu $67\frac{1}{2}$ Maas gemessen.

Für diesen Fall ist also einmal, die mittlere Axe des Fasses $\frac{98 + 67\frac{1}{2}}{2} = 82\frac{3}{4}$. Maase; und für den Factor 10314 in §. 17., die Axe des Faßgleichen Ovals 85,43 Maase. Diese Maase müssen nun noch in Proportion gesetzt werden, mit 7854 : 6018; und erhält dadurch die lange Axe aus 7854 : 6018 = 85,43 : 65,6. beynahe, wie in §. 17.

Eben so lassen sich auch für Ovale von 10 und andern Grund-Stichen, die auf dem Cylinder-Stab abgenommene Maase auf die Ovale reduciren; nur müßte man für ein Oval von 10 Stichen, die Proportion 7854 : 5034; und für die übrigen immer für das andere Glied, die Zahl ansetzen, die in der Tabelle in §. 15. II. als Flächen-Zahl angesetzt ist.

III. Ist das Faß nicht ganz voll, so visieret der Visierer das Faß zunächst, als wenn es ganz voll wäre; und notiret sich außerdem an der Längen-Seite seines Stabes, die Spund-Tiefe, und auch die Wein-Tiefe; und verfähret übrigens folgendermaßen.

Es sey die Spund-Tiefe des Fasses (I.) gerade 96 Zolle, und die Wein-Tiefe = 72. Zolle; und der Inhalt des Fasses nach (I.) 6321. Maase. Nun denket sich der Visie-

Visierer die Spund-Tiefe in 100 gleiche Theile abgetheilt, und proportioniret nach diesen Theilen auch die Wein-Tiefe; so findet er den sogenannten Tafel-Pfeil in der Tabelle §. 12.; nemlich

$$96 : 72 = 100 : 75.$$

Nun schläget er in dieser Tabelle den Pfeil 75 auf, und findet daneben das Segment 80449; das er nun nach §. 15. Abschnitt I. zum ganzen Faß proportioniret; nemlich

$$100000 : 80449 = 6321 : 4685.$$

Das Flüssige im Faß, wäre also auf 4685. Maase visiert worden.

§. 19.

Ein ovaleckichtes Faß zu visieren.

I. Wenn der Visierer ein ovaleckichtes Faß zu visieren hat, so muß er dasselbe auf ähnliche Art, wie in §. 13., das rundeckichte Faß ergänzen; das ist: er muß das Oval ergänzen, in welches das eckichte Faß bey Aufzeichnung seines Setzbodens eingezeichnet wurde, §. 16.

Es nimmt deßwegen der Visierer zunächst die Spund-Tiefe, Boden-Weiten, so wie die Höhe des Fasses, und Senkung der Böden, vorerst sämmtlich mit der Längen-Seite seines Visierstabs ab, und macht auch wegen der Stärke der Böden und Zargen die nöthigen Anschläge.

Nach diesem suchet er auf dem Faßboden den Mittelpunct, für sein Gewölb oder Rippen; er nimmt die Stichzahl ab, auf welche die Seiten- und Gewölb-Dauben des Fasses gefüget sind, §. 5.; und trägt nun darauf

an,

an, das Faß in seiner ovalrunden Gestalt zu ergänzen; auf folgende Art.

a. Es stelle Fig. 10. jetzt den Faßboden des ovaleckichten Fasses vor; so suchet nun der Visierer zuvörderst den Mittelpunct (K) des Gewölbs, wo dieser nicht an und für sich noch von dem Küfer auf dem Boden sich eingestochen vorfindet, der den Punct K. für die Abrundung des Bodens, bey seiner Fertigung gebrauchte.

Auf diesen Punct K setzet nun der Visierer den Anfangs-Punct der Längen-Seite seines Visierstabs, und mißt so nach und nach die Abstände der Ecken E„D von demselben; er mißt eben so auch den Abstand KP der Spund-Daube, oder auch der Lager-Daube von dem Mittelpunct (K) oder (I); ziehet diesen von dem Halbmesser KE = KM ab, und findet so den Abfall PM des ovaleckichten Fasses, von dem ovalrunden.

b. Nun sind ferner die Dauben der Gewölbe des Fasses in 4 Stiche gefügt; mißt daher der Halbmesser des Gewölbs in der Spundebene 4 Theile, so mißt er an den Böden nur 3 Theile; und man kann nach dieser Proportion, den Abfall der Dauben in der Spundebene, und den Abfall an ihren Enden finden; wie folgendes Exempel zeiget.

Es habe z. E. der Visierer die Spund-Tiefe eines ovaleckichten Fasses von 10 Ecken zu 90 Zollen, die Boden-Axe zu $75\frac{1}{2}$ Zollen, und die Höhe des Fasses zu 96 Zollen gemessen.

Es habe ferner an dem Faßboden, der Abfall der Spund- und Lager-Daube zu $2\frac{1}{4}$ Zoll gemessen, während diese Dauben, so wie die übrigen, welche das Gewölb, oder die Rippen des Fasses herstellen, in 4 Stiche gefügt sind.

Für

Für diese 4. Stiche, ist also

$$3 : 4 = 2\frac{1}{4} : 3 \text{ Zollen};$$

mithin wäre der Abfall des 10 eckichten Oval-Fasses, gegen das Ovalrunde, in der Spundebene, an der Spund-Daube, so wie an der Lager-Daube, 3 Zoll; also im Ganzen 6 Zolle; das ist: die Spund-Tiefe des ovalrunden Fasses würde 90 + 6 oder 96 Zolle seyn, während die des 10 eckichten nur 90 Zolle ist.

c. Diese 6 Zolle giebt nun der Visierer der Spund-Tiefe an der Längen-Seite seines Visierstabs zu; er giebt eben so auch die $4\frac{1}{2}$ Zolle an der Boden-Axe zu; siehet nun auf der Quadrat-Seite des Stabes nach, was den 96 Zollen, und den $75\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2}$ Zollen an Maasen zukommt; und spricht so das Faß als ein Ovalrundes unmittelbar an.

Es sey nun das Faß von 8 Stichen auf diese Art auf 6321 Maase visieret worden, so muß nun dieser Inhalt noch auf das 10 Eck reducirt werden; wozu folgende Tabelle dienet.

Eck.	Fläche.	Eck.	Fläche.
6	81623	12	94630
8	89478	16	95360
10	91796	—	—

Da nemlich für ein Zehn-Eck von 8 Stichen, die Fläche des oval-runden Setzbodens, zu der Fläche des oval-zehneckichten, wie 100000 : 91796 sich verhält, so setzt man an:

$$100000 : 91796 = 6321 : 5802{,}4. \text{ Maasen.}$$

Der Inhalt des oval-10eckichten Fasses wäre also 5802 Maase.

II. Wäre das Faß nicht ganz voll, so mißt der Visierer mit seiner Spund-Tiefe, auch die Wein-Tiefe, auf der Längen-Seite seines Visierstabes; er ergänzet nun das Faß nach (I.), und addiret seine Wein-Länge, nach dem gefundenen Abfall, in der Spundebene dazu; und verfähret übrigens, wie in §. 18. III. gezeigt worden; und bringt am Ende das Visier auf das ovaleckichte Faß.

Es sey z. E. die gemessene Wein-Tiefe 69 Zolle; der berechnete Abfall = 3 Zolle; so ist die Wein-Tiefe des ovalrunden Fasses 69 + 3 = 72 Zolle. Ist nun, nach (I.), der Inhalt des ovalrunden Fasses 6321. Maase, so ist nach §. 18. III.

96 : 72 = 1000 : 75;

mithin der Inhalt des Flüssigen im ovalrunden Fasse 4685 Maase; diese müssen nun noch auf das Zehn-Eck gebracht werden, durch den Satz:

100000 : 91796 = 4685 : 4300. Maase.

§. 20.

Ein Seiteneckichtes Oval-Faß zu visieren.

Wenn das ovale Faß nur auf den Seiten eckicht ist, während seine Gewölbe in ihrer vollen Rundung fortlaufen; so visieret der Visierer ein solches Faß zuvörderst wie ein ganz ovalrundes, nach §. 18.; und trägt erst nachgehends darauf an, sein Visiermaas auf das Seiteneckichte Faß zu reduciren.

Diese

Diese Reduction ist immer etwas mühsam, und aufhaltend! Uebrigens aber muß der Visierer darauf antragen, zunächst den Abfall der eckichten Dauben gegen die runden zu finden.

a. Wenn nun jetzt Fig. 11. den Boden eines Seiteneckichten Fasses vorstellet, das an jeder seiner Seiten NE und MH gerade 3 Ecke hat, so mißt der Visierer zunächst mit der Längen-Seite seines Visierstabs, die Seiten-Breite NE auf dem Faß-Boden, die zugleich der Halbmesser der Seiten des Fasses für den Boden ist; und es ist der Winkel NPE immer 60 Grade oder $\frac{1}{6}$ des ganzen Kreises.

Hat nun jede Seite des Fasses 3 Ecke, so ist es für jede Seite eben so viel, als wenn das Faß, von welchem jede Seite $\frac{1}{6}$ des Ganzen ist, gerade 6 . 3 oder 18 Ecke hätte!

b. Nun mißt aber, nach §. 13., der äußere Halbmesser eines 18-Ecks gerade 10154 solcher Theile, als sein innerer Halbmesser 10000 enthält, oder es ist der Unterschied beyder 154 solcher Theile.

Es habe nun der Visierer den Halbmesser NE auf dem Faß-Boden zu 56 Zollen gemessen; während die Seiten-Dauben auf 8 Stiche gefüget sind; so kann man den Ausfall für eine Seiten-Daube, in folgende Proportion bringen.

Da nemlich die Seiten-Dauben auf 8 Stiche gefügt sind, so ist auch der Halbmesser der Seiten in der Spundebene

$$8 - 1 : 8 = 56 : 64 \text{ Zollen};$$

ferner

$$10154 : 154 = 64 : \frac{9856}{10154},$$

 oder

oder es würde der Abfall für jede Daube in der Spundebene beynahe $\frac{9856}{10000}$ eines Zolles seyn.

c. Nachdem der Visierer ferner die Seiten-Dauben des Fasses in ihrem Wechsel gemessen, und sämmtliche unter sich ausgegleichet hatte, findet er die mittlere Breite, einer in der andern, zu 17 Zollen.

Er multipliciret nun diese Breite der Dauben, in den eben gefundenen Abfall derselben von der Rundung, und nimmt nach der Ansicht §. 17. Abschnitt I. aus dem Product $\frac{2}{3}$.

Für diesen Fall wäre also die Fläche des Abschnitts, einer Daube in die andere,

$$\frac{2}{3} \cdot 17 \cdot \frac{9856}{10000} = 33\frac{1}{2} \text{. Quadrat-Zolle.}$$

Werden diese mit der Anzahl der Dauben, deren das Faß auf jeder Seite 3 hat, multiplicirt, so ergiebt sich daraus die Fläche, welche der ovalrunden Spundebene des Fasses abgehet; nemlich

hier $6 \cdot 33\frac{1}{2}$ oder 201. Quadrat-Zolle.

d. Mißt nun die ganze Spund-Tiefe des Fasses von 8 Stichen gerade 96 Zolle, so ist nach §. 15. II. die Fläche des Quadrats seiner Spund-Tiefe, zur Ovale, wie 10000 : 6018; mithin

$$10000 : 6018 = 96 \cdot 96 : 5546\frac{2}{7} \text{. Quadrat-Zolle.}$$

Von diesen die 201 Quadrat-Zolle abgezogen, verbleiben für die Spundebene des Seiteneckichten Fasses, noch 5345.

Ist nun der Inhalt des ovalrunden Fasses, zu 6321. Maasen visiert worden, so verhält sich auch der Inhalt

des

des ovalrunden, zum seiteneckichten, wie 5546 : 5345; oder es ist

5546 : 5345 = 6321 : 6094.

Das Seiteneckichte Oval-Faß würde also 6094. Maase enthalten.

§. 21.

Das Gewölbeckichte Oval-Faß zu visieren.

Sind die Seiten des Fasses ovalrund, und dagegen seine Gewölbe eckicht, so mittelt der Visierer zunächst den Abfall der eckichten Dauben gegen die runden, für den Wechsel derselben, nach §. 19. aus; und visieret nun das Faß als ovalrund, nach §. 18.

Dieser Abfall sey für das Faß im §. 19. gerade 3 Zolle; und die Breite einer Gewölb-Daube in die andere 17. Zolle; so ist nach §. 20. der Abschnitt, einer in die andere,

$\frac{2}{3} \cdot 17 \cdot 3 = 34$ Quadrat-Zolle;

mithin aller 6 Dauben = 204. Quadrat-Zolle;

Nun ist ferner der Inhalt des Fasses als ovalrund zu 6321 Maasen, in §. 18. visieret, und die Fläche seiner Spundebene, in §. 20., zu 5546 Quadrat-Zollen berechnet worden.

Ziehet man von diesen die 204 ab; so verbleibt die Spundebene mit 5342. Quadrat-Zollen übrig; und es ist daher, nach §. 20.

5546 : 5342 = 6321 : 6085.

Das Faß würde also 6085. Maase in sich fassen.

§. 22.

Einen Visierstab für Ey-Fässer zu fertigen.

Wo Ey-Fässer in einer Gegend gewöhnlich sind, erleichtert sich ein Visierer die Arbeit, wenn er für dieselbe sich die nöthigen Visierstäbe fertiget, in deren Ermangelung er solche Fässer sonst auf eine mühsame Art stereometrisch berechnen müßte.

Dabey kommt nun alles darauf an, einen Ey-förmig-prismatischen Körper sich zu denken, der bey einem zwölftheiligen Zoll Höhe, gerade eine landübliche Maas in sich hält, und insbesondere für denselben, die lange Axe seines Eyes zu berechnen.

Für das verkürzte Ey ist nun einmal, nach §. 18. I. Abschnitt I., die lange Axe zur kurzen Axe des Eyes, wie 25858 : 20000, oder wie 12929 : 10000.

Bezeichnet nun (x) die lange Axe des Ey-prismatischen einmaasichten Körpers, so ist auch seine kurze

$$\text{Axe} = \frac{x \cdot 10000}{12929};$$

und das Parallelogramm $= \frac{x^2 \cdot 10000}{12929}$.

Dieses verhält sich aber, nach §. 18. II. Abschnitt I., zur Ey-Fläche selbst, wie 10000 : 7700; mithin ist die Ey-Fläche selbst

$$\frac{7700 \cdot x^2}{12929}.$$

mithin der Inhalt jenes Körpers bey 1 Zoll Höhe

$$= \frac{74304}{1000} \text{ Cub. Zolle};$$

also

$$\text{also } x^2 = \frac{74304 \cdot 12929}{1000 \cdot 7700} = \frac{96067641}{770 \cdot 10000} = \frac{1247658}{10000};$$

$$x = \sqrt{\frac{1247658}{10000}} = \frac{1}{100} \cdot 1117 = 11{,}17 \text{ Zolle.}$$

Diese 11,17 Zolle theilet nun der Visierer in 1000 Theile, wie einen verjüngten Maasstab, und träget nach diesem die Puncte 2„3„4 . . . Maase, nach §. 3., auf den Stab, um seine Quadrat-Seite zu fertigen; indem er nachgehends auch die Längen-Seite des Stabs, in ihre Zolle und deren Theile, nach §. 3., eintheilet. Dieser Stab ist also ein eigentlicher Ey-Faß-Stab, und passet zunächst für Ey-Fässer, deren Setzboden oder Grundriß ein verkürztes Ey selbst ist.

Eben so ist auch die lange Axe eines einmaasichten prismatischen Körpers, für $\frac{1}{7}$ Vorstich = 11,3 Zolle; und für $\frac{1}{3}$ Vorstich 11,57 Zolle.

Der Visierer thut daher sehr wohl, wenn er die 7 Arten der gestreckten Ey-Fässer sich auf seinen 8eckichten Ey-Visierstab aufträget; und auf die 8te Seite desselben, noch die Zolle mit ihren Abtheilungen einschneidet.

§. 23.

Die Art des Ey-Fasses zu erkennen.

Da nach §. 18. des I. Abschnitts, die Ey-Fässer verschiedene Vorstiche haben, so muß der Visierer zuvörderst die Eigenschaften des Ey-Fasses untersuchen, oder den Vorstich ausfinden, auf welchen der Grundriß des Fasses gefertiget ist, ehe er dasselbe zu visieren beginnet.

Diese Eigenschaft findet sich nun zunächst aus dem Verhältniß, welches die lange Axe des Ey-Fasses, zu seiner kurzen, in der Spundebene hat; und ergiebt sich zunächst aus folgender Tabelle; welcher ich noch die Flächen-Tafel beygefügt habe.

Vorstich.	Kurze Axe.	Fläche.	Vorstich.	Kurze Axe.	Fläche.
0	77345	77000	4	75486	75709
7	76300	76286	3	74532	74887
6	76406	76151	2	74140	74796
5	75832	75967	—	— —	— —

Es habe z. E. der Visierer an einem Ey-Faß die lange Axe oder Spund-Tiefe zu $64\frac{1}{2}$ Zollen, und die kurze Axe zu 48 Zollen auf der Längen-Seite seines Stabes gemessen.

Für dieses Faß ist also

$$64\tfrac{1}{2} : 48 = 10000 : 74440.$$

Da nun dieser Zahl in der beygesetzten Tabelle, die Zahl 74532 am nächsten kommt, so überzeuget sich der Visierer, daß dieses Faß noch unter jene Ey-Fässer gehöre, deren Setzboden auf $\frac{1}{3}$ Vorstich construirt ist.

§. 24.

Der Faßgleiche Ey-prismatische Körper.

Es sey nun die Grundfläche eines prismatischen Körpers der Spundebene eines Ey-Fasses von gegebenem Vor-

Vorstich genau ähnlich, dessen Höhe außerdem der Höhe des Fasses gleich ist; so läßt sich für diesen Körper eine lange Axe gedenken, bey welcher er nach seinem Inhalte genau dem Faß gleich ist.

Diese lange Axe, wird ferner zu der mittlern Axe des Ey-Fasses ein gewisses Verhältniß haben; das mit den Stichen in Beziehung ist, auf welche die Grund-Seiten- und Gewölb-Dauben des Fasses gefüget sind.

Rücksichtlich dessen habe ich gefunden, daß man wegen dieses Verhältnisses, mit dem arithmetischen Mittel, aus den 3. Factoren, welche die verschiedene Stich-Zahlen der Faß-Dauben in §. 10. vorstellen, genüglich ausreichen könne.

Wären z. E. die Dauben der Spitze des Ey-Fasses auf 4 Stiche, die Seiten-Dauben auf 12, und die Dauben des Grundes auf 8. Stiche, gefügt; so ist für dieses Faß jene Verhältniß-Zahl, nach §. 10.

$$10000 : \frac{10436 + 10138 + 10212}{3} = 10000 : 10263.$$

Es habe z. E. der Visierer bey einem Ey-Faß, dessen Spundebene keinen Vorstich hat, die Spund-Tiefe zu 30, und die Boden-Axe zu 23 Maasen, mit seinem Visierstab, §. 22., gemessen; so ist einmal, die mittlere Axe des Ey-Fasses

$$\frac{30 + 23}{2} = 26\tfrac{1}{2}. \text{ Maase.}$$

Da nun die Dauben des Fasses auf 8„ 12„ 4. Stiche gefügt sind, so ist für dasselbe

$$10000 : 10263 = 26\tfrac{1}{2} : 27\tfrac{1}{5} \text{ Maas beynahe;}$$

mithin die lange Axe des Faßgleichen Ey-prismatischen Körpers = $27\frac{1}{5}$ Maas beynahe.

§. 25.

Ein Eyrundes Faß zu visieren.

I. Ehe sich der Visierer mit dem visieren des Fasses selbst abgiebt, muß er zuvörderst seine Art kennen lernen, nach §. 23.; er mißt nun die Spund-Tiefe, und Boden-Axen des Fasses, mit der Quadrat-Seite seines Ey-Visierstabes; die Höhe des Fasses aber, so wie die Senkung seiner Böden, mit der Längen-Seite des Stabes; er notiret sich die abgenommenen Maase, und visieret nun das Faß folgendermaßen.

Er berechnet die lange Axe des Faßgleichen ovalprismatischen Körpers, nach §. 24.; multipliciret diese in die Höhe des Ey-Fasses, und ziehet ab, was wegen der Böden noch abzuziehen ist.

Es sey z. E. jene lange Axe für das Faß, §. 24., zu $27\frac{1}{5}$ Maasen berechnet, und die Höhe des Fasses zu 48 Zollen abgenommen; die Senkung der Böden zu 2 Zollen gemessen, und die ganze Boden-Stärke zu 3 Zoll, die Zarge aber zu $\frac{3}{4}$ Zollen geschätzt worden.

Für dieses Faß ist also sein Inhalt durch seine ganze Höhe, gleich

$$27\tfrac{1}{5} \cdot 48 = 1305\tfrac{3}{5} \text{. Maase,}$$

wovon noch die Boden-Räume abgehen.

Nun ist aber die ausgegleichte Axe der Faßböden, nach §. 24., gerade 23 Maase; und die Höhe eines Bodens $\frac{1}{2} \cdot (3 + \frac{3}{4}) - \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{11}{8}$ Zolle; mithin der Inhalt beyder Böden

$$\frac{11}{4} \cdot 23 = 64 \text{ Maase;}$$

folg-

folglich der wirkliche Inhalt des Ey-Fasses $1305\frac{3}{7} - 64 = 1241\frac{3}{7}$. Maase.

II. Statt des Ey-Fasses, dessen Setzboden keine Streckung hat, habe nun der Visierer ein Ey-Faß zu visieren, dessen Grundriß 3 Theile Streckung hat.

Hat nun der Visierer für dasselbe einen Visierstab bey Handen, der für dieses Faß paßt, so visieret er auch mit demselben das Faß, wie jenes in (I.).

Sollte der Visierer aber nur einen Ey-Visierstab haben, der für Fässer paßt, deren Grundriß keine Streckung hat, so visieret er nichts destoweniger auch das Faß, mit demselben nach der Vorschrift (I.); und reduciret am Ende seinen Inhalt gehörigermaßen.

Diese Reduction geschiehet nach der Fläche beyder Ovale; die sich nach der Tabelle, §. 23., für ein Oval vom Vorstich = 0, und vom Vorstich $\frac{1}{8}$, wie 77000 : 74532. verhalten.

Hätte nun der Visierer das Faß von $\frac{1}{8}$ Vorstich, mit dem einen Faß von (0) Vorstich anpassenden Visierstab, auf 1350 Maase visieret; so ist für beyde Fässer

$$77000 : 74533 = 1305 : 1307.$$

Das Faß hielte also in seiner ganzen Höhe 1307 Maase, wovon noch die Boden-Räume abgezogen werden müssen.

III. Ist das Ey-Faß nicht voll, so wird es wie das Ovale, in §. 18. III. näherungsweise visieret.

§. 26.

Ein Eyeckichtes Faß zu visieren.

Wenn der Visierer ein ringsum Eyeckichtes Faß, oder auch ein solches visieren soll, dessen Grund allein eckicht, oder auch dessen Spitze, oder auch die Seiten eckicht sind, während alles übrige Eyrund ist, so muß er ein solches Faß immer zunächst auf sein Eyrundes bringen, in dessen Grundriß das eckichte eingezeichnet ist; und er verfähret dabey durchgehends, wie er in §. 19., bey ovaleckichten Fässern zu verfahren hatte.

Er bestimmet nemlich auf dem Faßboden zuvörderst, die Mittelpuncte C und F in Fig. 14., und nach denselben den Abfall für die Dauben des Grundes, und der Spitze des Fasses, den er nachgehends auf die Spundebene bringt: er verfähret eben so auch für die Seiten-Dauben, deren Mittelpuncte in E und D. auf den Boden fallen.

Es multipliciret weiters der Visierer den Abfall für die Dauben des Grundes, in $\frac{2}{3}$ ihrer Breite; er verfähret eben so auch mit den eckichten Dauben der Seiten, und Spitze des Fasses; addiret die sich für sämmtliche Dauben ergebende Flächen, ziehet dieselbe von der Spundebene des Ey-Fasses ab, und proportionirt seinen Inhalt zu dieser, und dem vorfindlichen Ueberschuß.

Es sey z. E. das Faß, §. 25. I., dermassen eckicht geformet, daß die Dauben seines Grundes ein 7. Eck vorstellen; jede seiner Seiten hat ferner 4 Ecke; und seine Spitze gerade 3 Ecke.

Nach-

Nachdem nun der Visierer die Abfälle für sämmtliche Dauben abgenommen, und auf die Spundebene reducirt hat, findet er den

Abfall der Grund-Dauben;	ihre Breite,
$\frac{3}{5}$ Zolle.	$10\frac{1}{2}$ Zolle.
Seiten-Dauben;	ihre Breite,
$\frac{3}{10}$ Zolle.	$9\frac{1}{2}$ Zolle.
Dauben der Spitze;	ihre Breite,
$\frac{2}{3}$ Zolle.	7 Zolle;

und es ist mithin die Fläche sämmtlicher Abfälle der Dauben

$$\frac{2}{3}\cdot\left[7.\frac{3}{5}.\frac{21}{2}+8.\frac{3}{10}.\frac{10}{2}+3.\frac{2}{3}7.\right]=53{,}6.\text{ Quadrat-Zolle.}$$

Nun ist ferner die Spund-Tiefe des Fasses $= 64\frac{1}{2}$ Zolle, und seine Seiten-Weite, oder kurze Axe $=48$. Zolle; folglich das Parallelogramm aus beyden Axen, 3096. Quadrat-Zolle.

Dieses aber verhält sich zur Fläche der Spundebene des Fasses, nach der Tabelle, §. 23. I., wie 10000 : 7700; es ist mithin

$$10000 : 7700 = 3096 : 2384.$$

Die Fläche der Spundebene des Eyrunden Fasses, ist also 2384; hievon gehen für das 18 eckichte Ey-Faß ab, 54 Quadrat-Zolle; mithin verbleibet die Fläche des 18 eckichten Setzbodens des Ey-Fasses, mit 2330. Quadrat-Zollen.

Nun hat der Visierer das Eyrunde Faß zu 1242 Maasen visieret; es ist daher auch

$$2384 : 2330 = 1242 : 1214;$$

und

und es wäre sonach der Inhalt des 18 eckichten Ey-Fasses 1214 Maase.

Auf ähnliche Art verfähret der Visierer auch, wenn er die sogenannten Korb-Fässer zu visieren hat, die nur an ihrem Grunde, und an der Spitze eckicht sind.

§. 27.

Einen Visierstab für ablange Ey-Fässer zu machen.

Von den bisher betrachteten Ey-Fässern, die auf ihre Vorstiche gemacht werden, sind die ablangen Ey-Fässer ganz verschieden; weil ihr Grundriß nach §. 22. Abschnitt I. von dem Grundriß jener Fässer stark abweichend ist.

Wenn ich mir nemlich die lange Axe dieser Fässer in 10000 gleiche Theile, und so auch das Parallelogramm dieser Axen in eben so viel gleiche Theile abgetheilt gedenke, so ist die kurze Axe ihres Grundrisses, von 6 Stichen bis 9 Stichen, folgende:

Stiche.	Kurze Axe.	Fläche.
6	65160	77138
7	60000	77123
8	56310	76459
9	53108	76059

Diese Fässer können daher auch nicht mit einem Visierstab, der in §. 22. begriffenen Ey-Fässer visieret werden;

den; sie erfordern, jedes nach seiner Stichzahl, einen eigenen Visierstab, wenn der Visierer sich nicht mit Reductionen abgeben will.

Einen solchen Visierstab nun zu fertigen, denket sich der Visierer, wie bisher, immer einen Ey-förmig prismatischen Körper, der genau eine landübliche Maas, bey einem zwölftheiligen Zoll Höhe, hält, und dessen Ey-artige Grundfläche, der Fläche der Spundebene des Ey-Fasses ähnlich ist.

Bezeichnet nun für ein dergleichen Ey von 6 Stichen, der Buchstabe x, die lange Axe des Ey-Bodens des einmaasichten Gefäßes; so ist einmal

$$10000 : 6516 = x : \frac{x \cdot 6516}{10000}$$

die kurze Axe des Ey-Bodens; mithin das Parallelogramm des Ey-Bodens

$$= \frac{x^2 \cdot 6516 \cdot 10000}{10000};$$

da aber dieses zu der in ihm beschriebenen Ey-Fläche sich verhält, wie 10000 : 7713, so ist der Inhalt jenes Körpers auch

$$\frac{x^2 \cdot 6516 \cdot 7713}{10000} = \frac{743040}{10000}, \text{ wie in §. 22.;}$$

mithin x = 12,158 Zolle.

Diese 12,158 Zolle theilet nun der Visierer in 1000 gleiche Theile ein, und träget nach denselben, in Anwendung der Tabelle §. 3. II., die Puncte für 2 „ 3 „ 4 . . . Maase auf den Stab auf.

Eben so macht der Visierer auch die Quadrat-Seite für die übrigen ablangen Ey-Fässer von 7 „ 8 „ 9. Stichen, die er sämmtlich auf den nemlichen sechseckichten Visierstab aufträget.

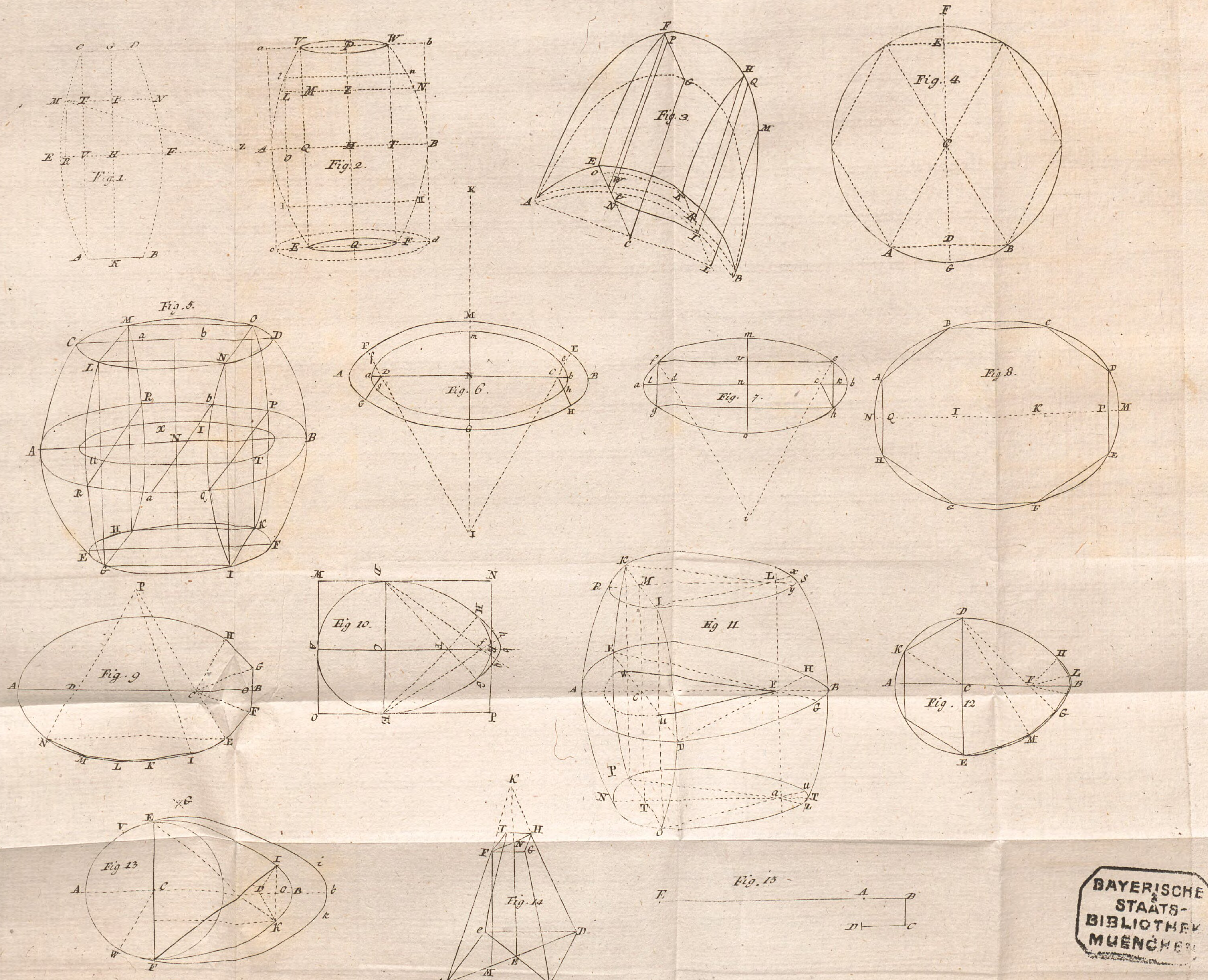
Uebri-

Uebrigens visieret der Visierer mit solchen Stäben Ey-Fässer dieser Art, gerade so, wie die in §. 25. u. 26. angeführten; nachdem er zuvor die Art des Ey-Fasses, aus dem Verhältniß seiner langen zur kurzen Axe abgenommen hat. Es gilt für Ey-runde und Ey-eckichte Fässer dieser Art alles, was zuvor über die gestreckten Ey-Fässer angeführt worden ist.

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MUENCHEN

Bemerkung.

S. 29. letzte Zeile muß statt: Arc. Sin λ gelesen werden: Arc. Sin 1. $= \frac{1}{2} \pi$.



Späths Visierkunst.

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MUENCHEN

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Späth, Johann Leonhard,

Die Visirkunst

Nürnberg 1810

Math.a. 220 m
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10081158-7